



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ
KATEDRA ELEKTROMAGNETICKÉHO POLE

Vliv tvaru překážky na výpočet difrakčních ztrát

Influence of Terrain Shape on Diffraction Loss Calculations

Diplomová práce

Studijní program: Komunikace, multimédia a elektronika
Studijní obor: Bezdrátové komunikace

Vedoucí práce: prof. Ing. Pavel Pechač, Ph.D.
Odborný konzultant: Ing. Pavel Valtr, Ph.D.

Petr Jirsák
Praha 2014

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická

katedra elektromagnetického pole

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student: **Bc. Petr Jirsák**

Studijní program: Komunikace, multimédia a elektronika
Obor: Bezdrátové komunikace

Název tématu: **Vliv tvaru překážky na výpočet difrakčních ztrát**

Pokyny pro vypracování:

Na základě studia dostupné literatury vypracujte přehled problematiky výpočtu difrakčních ztrát způsobených nerovným terénem pro bezdrátové spoje v mikrovlnném pásmu. Zaměřte se především na způsob řešení vlivu tvaru překážky u jednotlivých modelů.

V prostředí MATLAB implementujte vybrané modely pro výpočet difrakčních ztrát. Mezi ně zahrňte zejména metody ITU-R a deterministický výpočet pomocí parabolické rovnice. Vypracujte studii vlivu tvaru překážky na přesnost predikce jednotlivých modelů pro vhodně zvolené scénáře s uvážením tvaru profilu terénu, délky spoje, frekvence apod. Využijte i experimentální data [6], která jsou k dispozici na pracovišti. Na základě provedené analýzy formulujte praktické závěry pro potřeby plánování bezdrátových spojů v nerovném terénu.

Seznam odborné literatury:

- [1] Pechač, P. - Zvánovec, S.: Základy šíření vln pro plánování pozemních rádiových spojů. Praha: BEN - technická literatura, 2007.
- [2] Barclay, L. W., Propagation of Radiowaves. London: IEE Press, 2003, 2nd Ed.
- [3] Doporučení ITU-R řady P, on-line.
- [4] Databáze IEEEExplore, on-line.
- [5] Levy, M.: Parabolic Equation Methods for Electromagnetic Wave Propagation, IET, 2000.
- [6] Interní dokumentace projektu ESA č. 4000105298/12/NL/CLP, Propagation Models for Interference and Frequency Coordination Analyses, FEL ČVUT v Praze, K13117, 2013.

Vedoucí: prof. Ing. Pavel Pechač, Ph.D.
Odborný konzultant: Ing. Pavel Valtr, Ph.D.

Platnost zadání: LS 2014/2015

prof. Ing. Miloš Mazánek, CSc.
vedoucí katedry



prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
děkan

V Praze dne 14. 2. 2014

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci „Vliv tvaru překážky na výpočet difrakčních ztrát“ vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze 5.1.2015

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu práce prof. Ing. Pavlu Pechačovi, Ph.D. za vstřícnost a odborné připomínky a Ing. Pavlu Valtrovi, Ph.D. za mnohé rady zejména v oblasti parabolické rovnice a během finálních úprav práce.

Obsah

Úvod	8
1 Teoretický úvod	9
1.1 Vlnová rovnice	9
1.2 Šíření vlny nad rovinnou a sférickou zemí	10
1.3 Difrakce	10
1.4 Refrakce a index lomu	12
2 Modely šíření elektromagnetické vlny pro pozemní spoje	14
2.1 Doporučení ITU-R	14
2.2 Dvoupaprsková metoda	16
2.3 Parabolická rovnice	17
2.4 Jiné modely - Bullington, Deygout	18
3 Parabolická rovnice - model	20
3.1 Základní odvození	20
3.2 Metoda split-step	22
3.3 Základní algoritmus	23
3.4 Okrajové podmínky	26
3.5 Modelování zdroje	27
3.6 Modelování terénu	30
3.7 Přesnost modelování	31
4 Vliv tvaru překážky a geometrie spoje na difrakční ztráty	32
4.1 Vliv tvaru překážky	33
4.2 Vliv délky spoje	42
4.3 Vliv polohy překážky	44
4.4 Relativita míry zastínění	49
4.5 Porovnání modelu s naměřenými daty	52
Závěr	57

Literatura	58
A Parabolická rovnice - kód	61
B Doplňující funkce	64

Anotace

Vliv tvaru překážky na výpočet difrakčních ztrát

V této práci je řešena predikce difrakčních ztrát na překážce. Hlavní problematikou je vliv tvaru překážky a geometrie spoje na difrakční ztráty. Pro řešení je použito modelu parabolické rovnice s metodou split-step, který je implementován v prostředí Matlab.

Je ukázáno, že je možné geometrie spojů do jisté míry zobecnit na základě znalosti délky spoje, umístění překážky, její šířky a tvaru.

V závěru jsou srovnávány výsledky získané modely s aproximací terénu jednoduchým tvarem, s použitím výškového profilu terénu a naměřenými daty.

Klíčová slova: Šíření elektromagnetických vln, difrakce, tvar překážky, parabolická rovnice, split-step

Influence of Terrain Shape on Diffraction Loss Calculations

In the thesis prediction of diffraction losses is discussed. The main topic is effect of obstacle shape and position of transmitter and receiver influence. Parabolic equation split-step method implemented in Matlab software is used for the prediction model.

It is shown that the main problem can be generalized using the parameters of the link.

In the end there is comparison of simple shape terrain approximation model prediction, precise terrain model prediction and measured data.

Keywords: Electromagnetic wave propagation, diffraction, obstacle shape, parabolic equation, split-step

Úvod

Práce se zabývá difrakcí elektromagnetického vlnění na překážce. Polem zájmu jsou bezdrátové mikrovlnné pevné spoje, tedy spoje provozované na vzdálenosti jednotek až desítek kilometrů. V práci je řešena pouze problematika difrakce na jedné překážce. Některé modely řešící vícenásobnou difrakci jsou uvedeny pouze na okraj pro doplnění všeobecného přehledu.

Existuje řada modelů pro odhad difrakčních ztrát, které vycházejí z analytického řešení difrakce na nožové překážce. Terénní profil se pak dle zvolené metody rozdělí na jednu nebo více nožových překážek a odhadnou se difrakční ztráty. Parabolická rovnice přes svoji náročnější implementaci umožňuje vytvoření velmi přesného modelu terénu a uvažování některých atmosférických jevů jako je refrakce. Je tedy schopna do modelu zahrnout okolní vlivy působící na výsledné pole.

Cílem práce bylo vytvořit program v prostředí Matlab, který bude schopen řešením parabolické rovnice predikovat difrakční ztráty na mikrovlnných spojích pro rozličné scénáře. K řešení parabolické rovnice byla použita metoda split-step využívající Fourierovy transformace. S pomocí tohoto modelu byl zkoumán vliv tvaru překážky a geometrie spoje na velikost difrakčních ztrát.

Získané poznatky byly použity pro vytvoření modelu konkrétního pevného spoje, který byl měřen [6], a výsledky porovnány s naměřenými hodnotami.

Kapitola 1

Teoretický úvod

1.1 Vlnová rovnice

Základem pro odvození parabolické rovnice (3.2), která je podstatou celého algoritmu použitého pro vytvoření modelu šíření elektromagnetické vlny a odhad difrakčních ztrát, je obecná vlnová rovnice ve tvaru

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (1.1)$$

kde \mathbf{E} je vektor intenzity elektrického pole, μ je permeabilita, ε je permitivita, σ je vodivost a t je čas. Za předpokladu, že se elektromagnetické pole bude měnit harmonicky je možné rovnici (1.1) přepsat do tvaru

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad (1.2)$$

kde k je vlnové číslo. Vlnová rovnice je parciální diferenciální rovnice 2. řádu, která je odvozena z Maxwellových rovnic a obecně je možné ji řešit pro soustavu o třech prostorových složkách. V rámci zjednodušení, která jsou uvedena v [2] a umožňují numerické řešení rovnice, bude dále řešen případ se dvěma prostorovými složkami a atmosférou popsanou komplexním indexem lomu

$$n(x, z) = \sqrt{\varepsilon(x, z)} = \sqrt{\varepsilon_r(x, z) + j\sigma(x, z)\omega\varepsilon_0}. \quad (1.3)$$

Rovněž, aby bylo možné považovat čelo šířící se vlnoplochy za rovinné, předpokládá se délka spoje $\gg \lambda$. Transverzální charakter vlnění pak umožňuje zjednodušení vektoru elektrické intenzity \mathbf{E} pro vlnu šířící se podél osy x na

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-ikx}. \quad (1.4)$$

1.2 Šíření vlny nad rovinnou a sférickou zemí

Nejjednodušším případem šíření elektromagnetické vlny, který se objevuje u pozemních spojů, je šíření nad rovinnou zemí na přímou viditelnost (LOS - Line Of Sight). Přímá viditelnost v tomto případě znamená absenci libovolné překážky v 1. Fresnelově zóně, která je dle [3] definována jako

$$b_1 = \sqrt{\frac{d_1 d_2 \lambda}{d_1 + d_2}}, \quad (1.5)$$

kde d_1 je vzdálenost vyšetřovaného místa od vysílací antény, d_2 je vzdálenost vyšetřovaného místa od přijímací antény a λ je vlnová délka. 1. Fresnelova zóna tak tvoří v dvourozměrném případě elipsu s vysílací a přijímací anténou v ohniskách a délkou spoje rovnou dvojnásobku excentricity.

V tomto případě se šíření elektromagnetické vlny blíží šíření ve volném prostoru, kde jediným rozdílem je odraz od země. Pro rovinný povrch bude tato úloha řešena v 2. kapitole dvoupapřskovou metodou. Malý rozdíl pak může způsobit i zastínění vyšších Fresnelových zón.

Pro spoje s délkou v řádu desítek kilometrů je nutné zahrnout do úvahy vliv zakřivení Země. To je možné několika způsoby. Jedním je připočtení kulového vrchlíku mezi vysílací a přijímací anténou k profilu terénu [3]. Dalším je transformace povrchu Země na rovinnou zemi. Tento způsob bude blíže popsán v následujících kapitolách společně s vlivem indexu lomu na šíření elektromagnetické vlny.

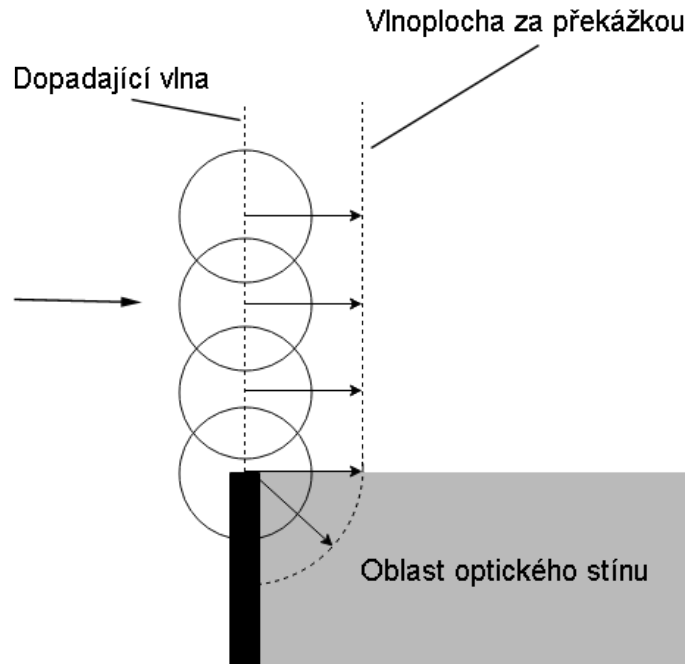
Vzhledem k zaměření práce se bude dále objevovat zejména případ, kdy je 1. Fresnelova zóna zastíněna překážkou. V takovém případě se již výrazně projevují ztráty vlivem difrakce. Tento případ bude blíže popsán v následující kapitole.

1.3 Difrakce

Pokud je přímá viditelnost mezi vysílací a přijímací anténou zastíněna překážkou, pak se signál mezi anténami šíří pomocí difrakce, kdy je možné komunikovat s anténou, která leží v optickém stínu za překážkou. Tento jev je vysvětlován Huygensovým principem (viz obr. 1.1).

Analytické řešení difrakce pro obecný tvar překážky neexistuje, proto se používá řada různých metod jako GTD, UTD, parabolická rovnice a různé jiné numerické metody pro řešení různých tvarů překážek.

Aby bylo možné porovnávat výsledky ze spojů s různou geometrií a různými frekvencemi, zavádí se veličina míra zastínění ν , která je defi-



Obrázek 1.1: Šíření vlny za překážkou

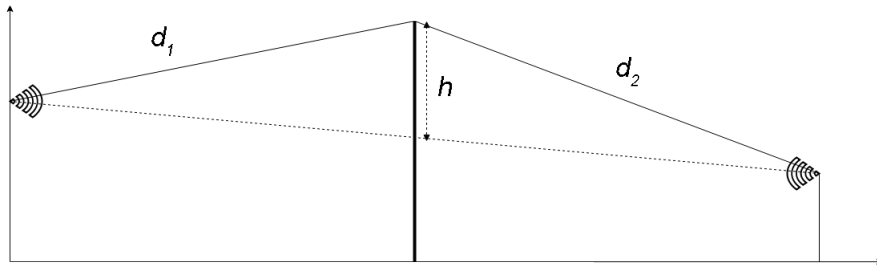
nována v [4] jako

$$\nu = h \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)}, \quad (1.6)$$

kde λ je vlnová délka a veličiny h , d_1 a d_2 jsou patrné z obr. 1.2. Za předpokladu, že platí $h \ll d_1$ resp. d_2 je možné napsat rovnici (1.6) s použitím rovnice (1.5)

$$\nu = \sqrt{2} \frac{h}{b_1}. \quad (1.7)$$

Hodnota míry zastínění pak ukazuje násobek $\sqrt{2}$ z počtu zastíněných Fresnelových zón. Záporné znaménko označuje překážku pod přímostou spojnicí vysílače a přijímače a naopak kladné znaménko označuje překážku, která je nad přímostou spojnicí vysílače a přijímače. Dodržení výše zmíněného předpokladu, který vzniká rozdílnou definicí veličin d_1 a d_2 v rovnicích (1.5) a (1.6), není pro pevné spoje s délkou v řádech kilometrů problém.



Obrázek 1.2: Definice parametrů h , d_1 a d_2 pro výpočet ν

1.4 Refrakce a index lomu

Vzhledem ke změnám hodnot indexu lomu n v prostoru, může docházet k zakřivování trajektorie šířené elektromagnetické vlny tzv. refrakci. Index lomu je mimo závislosti na poloze v prostoru také závislý na čase. Časté zjednodušení je brát v potaz pouze výškovou závislost indexu lomu. Toto zjednodušení je použito i v modelu.

Pro lepší práci s indexem lomu, jehož běžná hodnota v atmosféře je velmi blízko hodnotě 1 a mění se v řádu 10^{-6} až 10^{-4} , se zavádí veličina refraktivita jako

$$N = (n - 1)10^6, \quad (1.8)$$

která je udávána v N-jednotkách.

Přes značnou proměnlivost indexu lomu existuje statisticky významný výškový profil hodnoty refraktivity, který platí pro tzv. standardní atmosféru, a je definován výškovým gradientem

$$\frac{dN}{dh} = -40N/\text{km}, \quad (1.9)$$

kde h je výška na povrchem Země v kilometrech. Pro tuto hodnotu refraktivity dochází k zakřivení trajektorie vlny vyzářené s elevací blízkou 0° směrem k zemi. Pro tento případ tzv. standardní refrakce je poloměr zakřivení trajektorie větší než poloměr Země, takže se vzdálenost trajektorie od povrchu Země se vzdáleností od vysílací antény zvětšuje. Pro hodnoty výškového profilu refraktivity $\frac{dN}{dh} < -40N/\text{km}$ je zakřivení větší než u standardní refrakce a analogicky pro $\frac{dN}{dh} > -40N/\text{km}$.

Jak bylo zmíněno v kapitole 1.2, tak pro modelování šíření nad sférickou zemí je možné transformovat povrch Země na rovinný. V tomto případě je možné použít modifikovaného indexu lomu m a modifikované refraktivity M

k těmto účelům. Ty jsou definovány rovnicemi (1.10) a (1.11)

$$m = n + \frac{h}{R_z}, \quad (1.10)$$

$$M = N + \frac{h}{R_z} 10^6, \quad (1.11)$$

kde h je výška nad povrchem Země a R_z je poloměr Země. Použitím modifikovaného indexu lomu namísto indexu lomu se do výpočtu zahrne zakřivení Země. To bude použito dále v modelu predikce difrakčních ztrát.

Kapitola 2

Modely šíření elektromagnetické vlny pro pozemní spoje

Jak již bylo řečeno, tak řešení predikce difrakčních ztrát na obecné překážce není jednoduchá úloha a existuje řada způsobů jak ji řešit. Různá řešení jsou k dispozici pro pevné spoje na dlouhou vzdálenost, městskou zástavbu nebo prostředí uvnitř budov. Modely mohou být empirické, stochastické nebo deterministické, které se kromě přesnosti modelování daného scénáře liší množstvím vstupních parametrů a výpočetní náročností.

Tato kapitola nebude věnována popisu dostupných způsobů modelování šíření elektromagnetické vlny pro různé scénáře, ale ve zkratce popíše metody použité v této práci. Tedy se omezí na metody vhodné pro pevné spoje o délce jednotek až desítek kilometrů.

2.1 Doporučení ITU-R

Pro řešení šíření elektromagnetické vlny existuje sada doporučení vydávaných ITU-R (International Telecommunication Union - Radiocommunication), která spadají do oddílu P (Radiowave propagation). Zde jsou doporučení tématicky rozděleny do jednotlivých odborných článků a označeny číslem. Články, které jsou upravovány a rozšiřovány, jsou volně dostupné na internetových stránkách organizace ITU (www.itu.int).

Zásadním doporučením pro odhad difrakčních ztrát je ITU-R P.526 (Propagation by diffraction) [4], které se věnuje difrakci na různých typech překážek včetně vícenásobné difrakce. Zde je popsána difrakce na nožové překážce (knife-edge), která hraje významnou roli pro odhad difrakčních

ztrát a bude v kapitole 4 použita pro porovnání simulovaných a naměřených křivek difrakčních ztrát.

Nožovou překážku je zde třeba chápat jako nekonečně tenkou polorovinu, která je orientována kolmo ke směru šíření vlny. Pro výpočet křivky se pak používá vztahu

$$J(\nu) = -20 \log \left(\frac{\sqrt{[1 - C(\nu) - S(\nu)]^2 + [C(\nu) - S(\nu)]^2}}{2} \right), \quad (2.1)$$

kde $J(\nu)$ jsou difrakční ztráty jako funkce míry zastínění ν , $C(\nu)$ a $S(\nu)$ jsou reálnou a imaginární částí Fresnelova integrálu, který je možno řešit numerickou integrací

$$F_c(\nu) = \int_0^\nu \exp \left(i \frac{\pi s^2}{2} \right) ds = C(\nu) + iS(\nu), \quad (2.2)$$

kde

$$C(\nu) = \int_0^\nu \cos \left(\frac{\pi s^2}{2} \right) ds \quad (2.3)$$

a

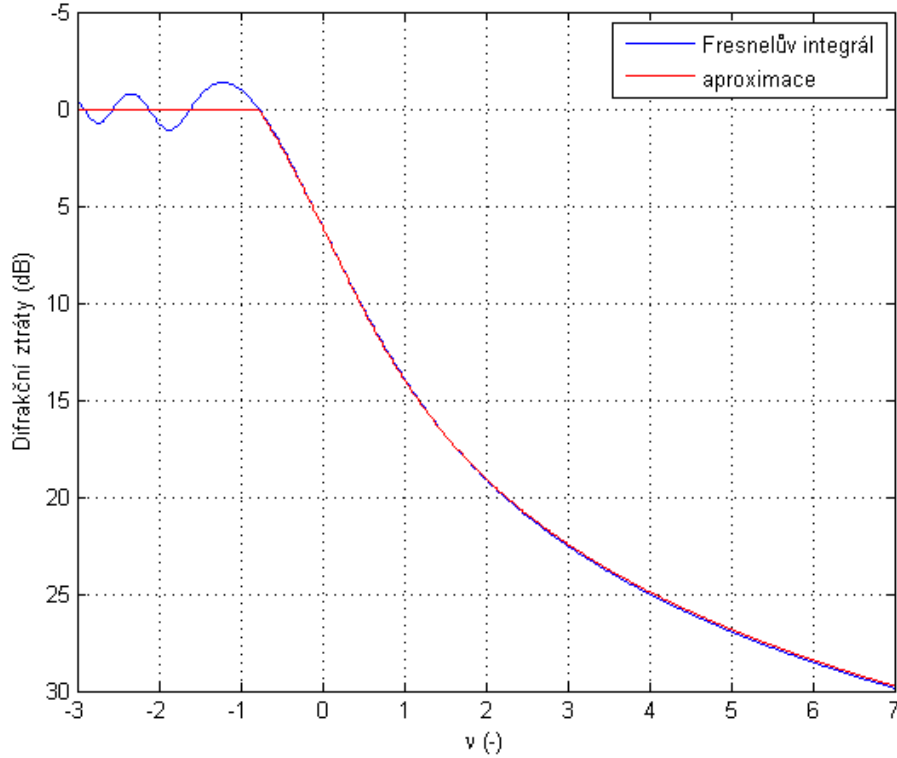
$$S(\nu) = \int_0^\nu \sin \left(\frac{\pi s^2}{2} \right) ds. \quad (2.4)$$

Jednodušším řešením je aproximace rovnice (2.1) vztahem

$$J(\nu) = 6,9 + 20 \log \left(\sqrt{(\nu - 0,1)^2 + 1} + \nu - 0,1 \right), \quad (2.5)$$

který je platný pro $\nu > -0,78$. Obě křivky z rovnic (2.1) a (2.5) jsou znázorněny na obr. 2.1. Graf na obr. 2.1 má obrácenou osu x z důvodu jednotnosti zobrazení s literaturou např. [3] nebo [4]. Dále v textu bude stejná křivka zobrazována s klasickou osou x pro lepší čitelnost výsledků. Zároveň křivka z rovnice (2.5) nemá pro $\nu < -0,78$ hodnoty difrakčních ztrát 0dB. Tato úprava znázorněná v grafu lépe vystihuje skutečné chování difrakčních ztrát.

Dále se v textu objevuje křivka difrakčních ztrát způsobených sférickým povrchem Země také z doporučení ITU-R P.526. Její výpočet je o poznání delší než u nožové překážky. Vzhledem k tomu a zároveň vzhledem ke snadné dostupnosti doporučení ITU-R P.526, kde je srozumitelně podán, zde tento výpočet nebude uveden.



Obrázek 2.1: Difrakční ztráty na nožové překážce

2.2 Dvoupaprsková metoda

Dvoupaprsková metoda (2-ray) je zjednodušené řešení šíření elektromagnetické vlny nad rovinnou zemí. Principem je geometrická představa šíření paprsku od vysílací antény k přijímací anténě dvěma cestami, jak je ukázáno na obr. 2.2. Rozdílnost délky drah přímého a odraženého paprsku pak způsobuje fázový posun v místě antény, kde se dopadající paprsky sčítají. Tím vzniká „navlněný“ průběh difrakční ztrát v závislosti na délce spoje d a výšce přijímací antény h_{Rx} .

Amplituda intenzity elektrického pole v místě přijímací antény je dle [2] dána vztahem

$$u = A \left(\frac{e^{-iks_1}}{s_1} + \rho \frac{e^{-iks_2}}{s_2} \right), \quad (2.6)$$

kde A je normovací konstanta, k je vlnové číslo, ρ je koeficient odrazu od

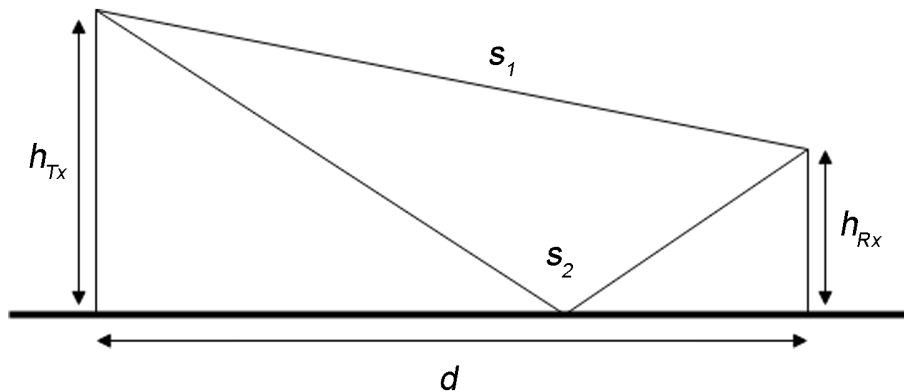
země a s_1 a s_2 jsou délky přímého a odraženého paprsku definované

$$s_1 = \sqrt{d^2 + (h_{Tx} - h_{Rx})^2} \quad (2.7)$$

$$s_2 = \sqrt{d^2 + (h_{Tx} + h_{Rx})^2}, \quad (2.8)$$

kde d je délka spoje, h_{Tx} je výška vysílací antény a h_{Rx} je výška přijímací antény.

Této metody bude dále použito při nastavování zdroje v modelu parabolické rovnice.



Obrázek 2.2: Schéma dvouparskové metody

2.3 Parabolická rovnice

Řešením parabolické rovnice, která vychází z vlnové rovnice a je aproximací Helmholtzovy rovnice, je možné efektivně řešit úlohu šíření elektromagnetické vlny. Náznak odvození a řešení je součástí kapitoly 3.

Metoda byla objevena už ve 40. letech 20. století, ale značná náročnost numerického řešení neumožnila její plné využití. Od konce 90. let už výpočetní výkon není problém a metoda se stala sofistikovaným nástrojem pro predikci šíření elektromagnetických vln v troposféře.

Pro řešení parabolické rovnice se používá buď metoda konečných diferencí nebo metoda split-step, která je více popsána dále. Metoda konečných diferencí (FDM - Finite Difference Method) používá k řešení parabolické rovnice aproximaci parciálních derivací diferencemi

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u(x + \Delta x, z) - u(x, z)}{\Delta x}, \quad (2.9)$$

kde x a z jsou souřadnice polohy v modelovaném prostoru a Δx je velikost kroku v ose x .

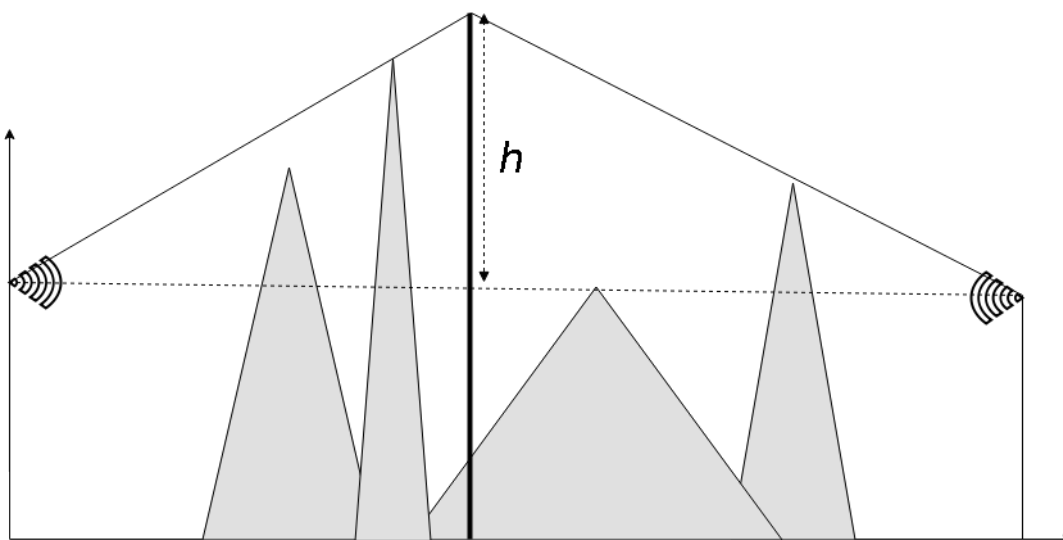
Nevýhodou implementace parabolické rovnice metodou konečných diferencí oproti metodě split-step je vyšší výpočetní náročnost a s tím spojený výpočetní čas (viz [2]).

Náročnost implementace a nutnost správného nastavení mnoha vstupních parametrů u obou metod je vykoupena možností zahrnout do modelu řadu vlivů jako je refraktivita, sférický povrch země nebo terénní profil prakticky libovolného tvaru.

2.4 Jiné modely - Bullington, Deygout

Z dalších metod, které jsou používány pro predikci difrakčních ztrát, je možné uvést Bullingtonovu metodu, která je také součástí posledního vydání doporučení ITU-R P.526-13 [4].

Výpočet je založen na znalosti výškového profilu na dané trase. Bez ohledu na počet překážek nebo jejich tvar jsou pak vytvořeny tečny z míst vysílací a přijímací antény k terénu (viz obr. 2.3). Průsečík pak určuje vrchol nožové překážky, která nahradí terénní profil trasy. Finální výpočet je shodný s řešením difrakce na nožové překážce za použití rovnice (2.1) nebo (2.5).



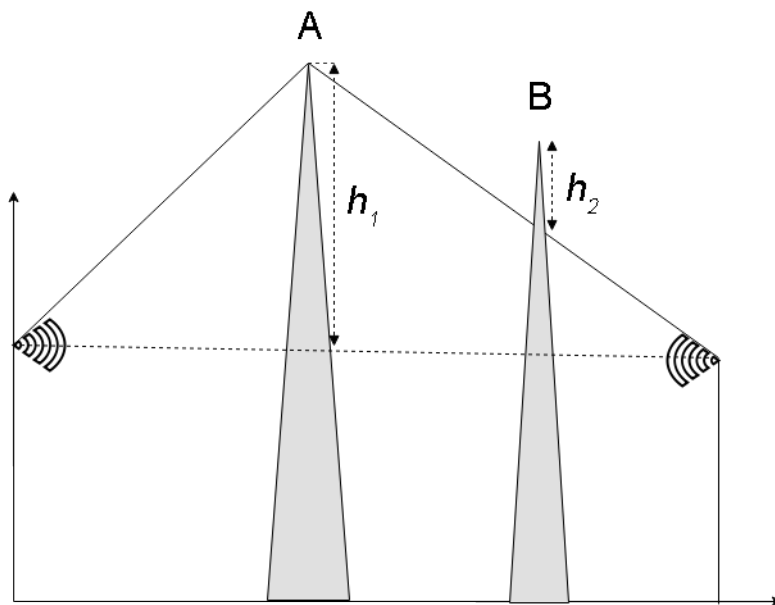
Obrázek 2.3: Aproximace terénního profilu - Bullingtonova metoda

V doporučení ITU-R P.526-13 je tato metoda součástí metody pro určení difrakčních ztrát na obecném spoji (Method for a general terrestrial path). Ta se skládá ze dvou částí, kde první byla popsána výše jako Bullingtonova metoda a druhá zahrnuje do modelu vliv zakřivení země. V doporučení se uvádí, že metoda je určena pro automatické zpracování, kde na vstupu výpočetního algoritmu jsou data popisující terén mezi vysílačem a přijímačem a na výstupu jsou difrakční ztráty.

Tato metoda ze své podstaty nemůže dosahovat stabilně přesnosti modelování parabolickou rovnicí. Vzhledem k jednoduchosti implementace a minimu vstupních parametrů je vhodná spíše pro rychlý odhad difrakčních ztrát na daném spoji.

Velmi rozšířená je i Deygoutova metoda pro odhad difrakčních ztrát jedné a více překážek. Metoda založena na Deygoutově způsobu odhadu difrakčních ztrát byla do verze P.526-12, která byla vydána v únoru 2012, součástí doporučení ITU-R.

Princip metody je v nahrazení vrcholu s nejvyšší mírou zastínění ν spojnice vysílač-přijímač a jeho nahrazení nožovou překážkou. V případě na obr. 2.4 je to vrchol A. Dále pokud je některá ze spojnic vysílač-vrchol A nebo přijímač-vrchol A zastíněna dalším vrcholem, situace se opakuje. Tento postup se dá aplikovat pro řadu menších vrcholů v okolí hlavního vrcholu. Celá metoda je podrobně popsána v [18].



Obrázek 2.4: Princip Deygoutovy metody

Kapitola 3

Parabolická rovnice - model

3.1 Základní odvození

Parabolická rovnice je speciálním případem parciální diferenciální rovnice 2.řádu, tedy diferenciální rovnice s neznámou funkcí dvou a více proměnných obsahující derivace až 2. řádu. Obecně je možné ji zapsat ve tvaru

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 u}{\partial xy} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + D \frac{\partial u}{\partial x} + E \frac{\partial u}{\partial y} + Fu + G = 0, \quad (3.1)$$

kde A, B, C, D, E, F a G jsou konstanty. Rovnice (3.1) se nazývá parabolická tehdy, pokud platí, že konstanty $B^2 - 4AC = 0$.

Dále bude použita pouze parabolická rovnice popisující dvourozměrné elektromagnetické pole v Kartézských souřadnicích [1] tzv. Helmholtzova rovnice

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 n^2 \psi = 0, \quad (3.2)$$

kde $\psi(x, z)$ reprezentuje nenulovou skalární složku elektromagnetického pole $E_y(x, z)$ resp. $H_y(x, z)$ pro horizontální resp. vertikální polarizaci, k je vlnové číslo a n je index lomu, který je obecně komplexní a mění se s časem i polohou. Zároveň se předpokládá šíření vlny podél osy x , kterou lze chápat jako rovinnou aproximaci¹ povrchu Země. Díky tomu je možné zavést proměnnou u , která má význam amplitudy vlny

$$u(x, z) = e^{-ikx} \psi(x, z). \quad (3.3)$$

¹Pro jednoduchost se zde předpokládá rovinný povrch Země. V kapitole 1.4 bylo ukázáno jak s pomocí modifikovaného indexu lomu transformovat sférický povrch země na rovinný. Tento způsob je aplikován v implementaci parabolické rovnice (viz Přílohy).

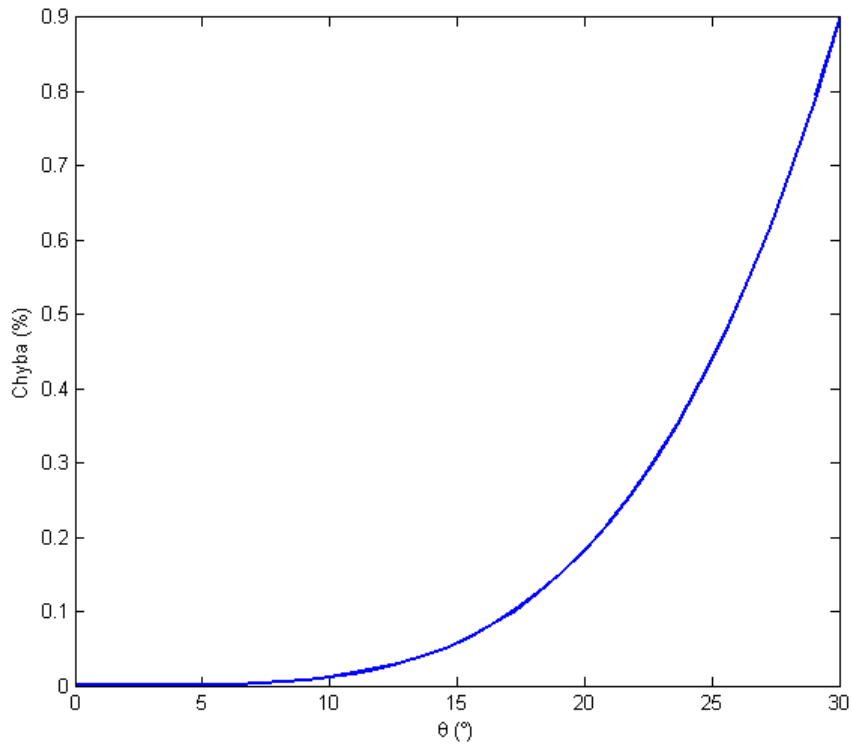
Dosazením do rovnice (3.3) získáme skalární vlnovou rovnici proměnné u

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2ik \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k^2(n^2 - 1)u = 0. \quad (3.4)$$

Tato rovnice popisuje vlnu šířící se oběma směry podél osy x . Omezením na vlnu šířící se pouze v kladném směru osy x a rozvojem některých částí do Taylorova polynomu 1. řádu (viz např. [1], [2], [5]) lze získat standardní parabolickou rovnici

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2ik} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + k^2(n^2 - 1)u \right), \quad (3.5)$$

kteřá je pro proměnnou x diferenciální rovnicí 1. řádu. Pro známý počáteční vektor $u(x_0, z)$ je možné získat řešení rovnice (3.5) v omezeném prostoru, kdy lze z vektoru $u(x_0, z)$ vždy vypočítat následující vektor $u(x_0 + \Delta x, z)$ s krokem Δx .



Obrázek 3.1: Chyba parabolické rovnice pro různé úhly šíření θ

Aproximace provedené pro získání rovnice (3.5) mají za následek chybu závislou na úhlu šíření vlny θ [2],[5]

$$e = 1 - \cos \theta - \frac{\sin^2 \theta}{2}. \quad (3.6)$$

Chyba způsobená aproximací je pro malé úhly šíření zanedbatelná, jak je vidět z obr. 3.1. Pro troposférické spoje na dlouhé vzdálenosti, které se šíří při povrchu Země, nezpůsobí chyba žádné výrazné omezení. Pro úhel šíření 90° je již chyba kolem 50%. Je tedy nutné zvážit praktičnost této metody pro kratší spoje. Existuje i řešení parabolické rovnice, které má zanedbatelnou chybu i pro vysoké úhly šíření θ . To ale není součástí této práce.

3.2 Metoda split-step

Metoda split-step je jedním z možných řešení rovnice (3.5) a byla použita pro model vytvořený v prostředí Matlab. Kromě metody split-step je možné se setkat s řešením rovnice (3.5) metodou konečných diferencí založenou na nahrazení parciálních derivací diferencemi. Na rozdíl od toho metoda split-step využívá k řešení parciální diferenciální rovnice převod pomocí Fourierovy transformace do úhlové oblasti. V té se rovnice vyřeší a převede se inverzní Fourierovou transformací zpět do výškové oblasti. Pro proměnnou $u(x, z)$ bude dále Fourierova transformace definována jako

$$\mathcal{F}\{u(x, z)\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, z) e^{-ipz} dz, \quad (3.7)$$

tedy pro případ, kdy x je konstantní. Dále je také nutné uvažovat index lomu $n(x, z)$ jako nezávislý na vzdálenosti x . Použitím Fourierovy transformace na rovnici (3.5) lze pak získat

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \left(\frac{ik}{2}(n^2 - 1) - \frac{i}{2k}p^2 \right) U, \quad (3.8)$$

což je parciální diferenciální rovnice, která má řešení [10]

$$U(x, p) = e^{\frac{ik(n^2-1)x}{2}} e^{-\frac{ip^2x}{2k}} \quad (3.9)$$

Při aplikaci v algoritmu numerického modelu je vhodné vyjádřit výpočet elektromagnetického pole ve vzdálenosti Δx od pole vypočteného rovnicí (3.9).

$$U(x + \Delta x, p) = U(x, p) e^{\frac{ik(n^2-1)\Delta x}{2}} e^{-\frac{ip^2\Delta x}{2k}} \quad (3.10)$$

Pro návrat do výškové oblasti se použije inverzní Fourierova transformace a výsledná rovnice je hledaný vztah. Tím je možné z počátečního L -prvkového vektoru amplitud $u(x_0, z)$ ve výškách $z_0, z_0 + \Delta z, \dots, z_0 + (L-1)\Delta z$ vypočítat vektor $u(x_0 + \Delta x, z)$ a s krokem Δx zmapovat celou požadovanou oblast. Ta pochopitelně z důvodu konvergence doby trvání výpočtu musí být omezená jak v ose z tak v ose x .

$$u(x + \Delta x, z) = e^{\frac{ik(n^2-1)\Delta x}{2}} \mathcal{F}^{-1} \left\{ e^{\frac{-ip^2\Delta x}{2k}} \mathcal{F}\{u(x, z)\} \right\} \quad (3.11)$$

3.3 Základní algoritmus

V následující kapitole bude popsán způsob implementace výše popsané metody split-step v prostředí programu Matlab. Kód bude popisován nikoliv řádek po řádku jak je napsán, ale chronologicky po částech jak vznikal. Celý funkční kód a pomocné použité funkce jsou uvedeny v příloze práce.

Základem celého kódu je algoritmus založený na rovnici (3.11). Zde je jediným zásadním rozdílem použití sinovy Fourierovy transformace namísto klasické Fourierovy transformace.²

$$u(x + \Delta x, z) = e^{\frac{ik(n^2-1)\Delta x}{2}} \mathcal{S}^{-1} \left\{ e^{\frac{-i\pi^2 p^2 \Delta x}{2k}} \mathcal{S}\{u(x, z)\} \right\} \quad (3.12)$$

Vzhledem k numerické povaze výpočtů je nutné v kódu použít diskrétní sinovu Fourierovu transformaci (DST)

$$U(x_0, p) = \mathcal{S}\{u(x_0, z)\}(p) = \sum_{z=1}^L u(x_0, z) \sin\left(\pi \frac{pz}{L+1}\right) \quad (3.13)$$

pro $p = 1, \dots, L$ a inverzní diskrétní Fourierovu transformaci (IDST)

$$u(x_0, z) = \mathcal{S}^{-1}\{U(x_0, p)\} = \frac{2}{L+1} \sum_{p=1}^L U(x_0, p) \sin\left(\pi \frac{pz}{L+1}\right) \quad (3.14)$$

pro $z = 1, \dots, L$, které obsahují na rozdíl od diskrétní Fourierovy transformace (DFT) pouze reálné koeficienty shodné s imaginárními koeficienty DST.

Funkce DST ani IDST nejsou v základní sadě funkcí pro Matlab R2012b. Do prostředí Matlab je možné ji přidat jako součást Partial Differential

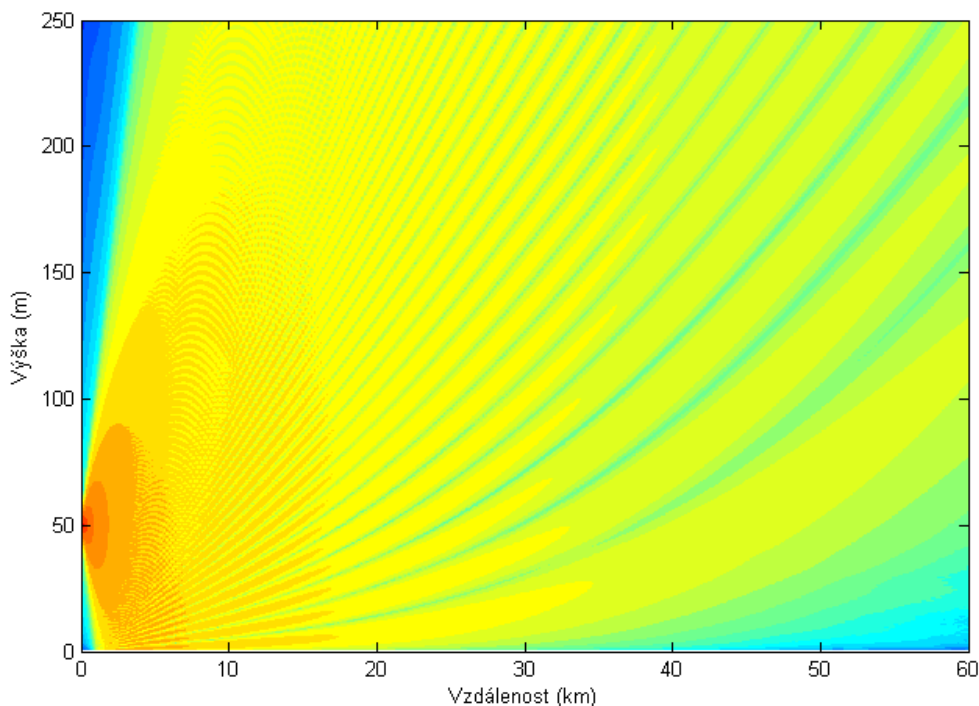
²Rozdílné exponenty u druhé exponenciály rovnice (3.12) a implementovaného kódu vznikly díky odlišnému způsobu výpočtu hodnot proměnné p . Jde pouze o odlišnost formálního zápisu, která nemá žádný vliv na funkci výpočetního algoritmu.

Equation Toolbox vydávaných přímo společností MathWorks, nebo je možné sehnat pouze jednotlivé implementace funkcí DST a IDST.

Výslednou matici amplitud intenzity elektromagnetického pole o L řádcích a $K + 1$ sloupcích lze získat cyklickým opakováním výpočtu rovnice (3.12). Z počáteční podmínky $u(0, z)$ se v sérii K kroků dostane algoritmus do vzdálenosti $x_{max} = K\Delta x$, což odpovídá sloupci $u(x_{max}, z)$. Počet bodů v obou osách, který je velmi úzce spjat s krokem Δx a Δz , je zásadní pro přesné modelování a musí být vhodně zvolen kompromisem mezi výpočetní dobou a přesností modelu. V literatuře (např. [1], [5], [11]) je možné se setkat s různými doporučeními na volbu parametrů Δx a Δz . V modelu byla striktně dodržena podmínka z [1]

$$\Delta z \leq \frac{\lambda}{2 \sin \theta_{max}}, \quad (3.15)$$

kde θ_{max} je zvolený úhel šíření, který, jak bylo zmíněno dříve, zanáší do výpočtu také chybu.



Obrázek 3.2: Model s vlivem zakřivení Země a indexu lomu

S proměnnou z je úzce svázána proměnná p , která ji nahrazuje při přechodu do úhlové oblasti. Podmínka (3.15) se tedy do jisté míry vztahuje i na Δp . V kódu je pak dodržení této podmínky zaručeno posloupností výpočtů

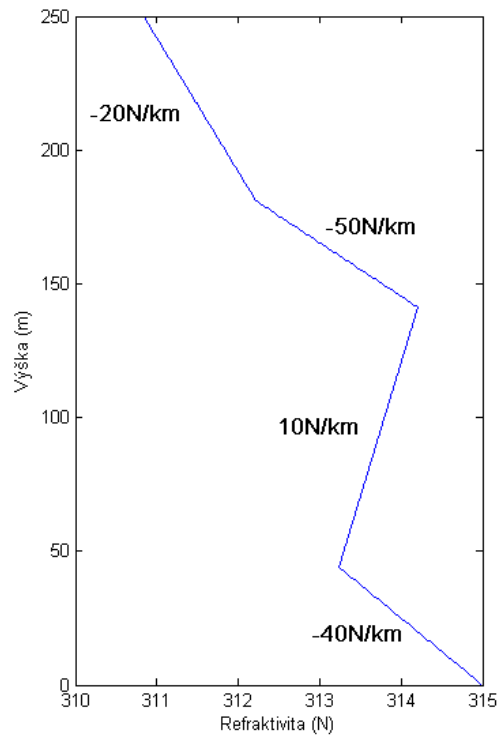
$$p_{max} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_{max} \quad (3.16)$$

$$\Delta z = \frac{\pi}{p_{max}} \quad (3.17)$$

$$L = \frac{z_{max}}{\Delta z} \quad (3.18)$$

$$\Delta p = \frac{p_{max}}{L} \quad (3.19)$$

kde maximální výška z_{max} se zvolí s ohledem na geometrii modelovaného spoje. Zpravidla se jedná o desítky až stovky metrů.



Obrázek 3.3: Výšková závislost refraktivity z modelu na obr. 3.2

Volba Δx už není tak kritická jako v případě Δz . Význam parametru Δx radikálně vzroste až při modelování složitějších tvarů překážek, jak bude zmíněno později v kapitole Modelování terénu.

V kapitole 1.4 byla uvedena transformace na rovinnou zem použitím modifikovaného indexu lomu m . Zároveň je možné vložit do modelu mapu indexu lomu resp. modifikovaného indexu lomu pro přesnější odhad. Většinou je však známa pouze výšková závislost indexu lomu, která je v tomto případě vektorem o L prvcích s hodnotami n resp. m . Ty jsou dosazeny do rovnice (3.12). Výsledný model s výškovou závislostí refraktivity z obr. 3.3 je na obr. 3.2. Zde je dobře patrný vliv zakřivení Země.

3.4 Okrajové podmínky

Přestože je model z velké části určen rovnicí (3.11) je nutné omezit modelovaný prostor a definovat chování vlny, která dopadá na vytyčenou hranici. Proto je nutné definovat okrajové podmínky.

V tomto případě, kdy se vlna šíří pouze jedním směrem podél osy x a oběma směry podél osy z , jsou hlavním problémem horní a spodní okraj, v kterém je pole modelováno, resp. výšky z_{\min} a z_{\max} . V ose x řada problémů odpadá díky šíření vlny pouze v kladném směru osy x .

Jedno z možných nastavení spodní okrajové podmínky je uvedeno v [1], kdy je v rovnici (3.11) použita sinova Fourierova transformace namísto klasické Fourierovi transformace, čímž vznikne rovnice (3.12). To již bylo uvedeno v předchozí kapitole. Zde je třeba doplnit, že v rovnici (3.12) je navíc implementována Dirichletova okrajová podmínka

$$u(x, 0) = 0; \quad x \geq 0 \quad (3.20)$$

a Sommerfeldova vyzařovací podmínka [9]. Tím je do modelu přidána dokonale vodivá rovina vymežující dolní hranici modelovaného prostoru, neboli dokonale vodivá zem ve výšce $z = 0$. Protože model vznikl za účelem srovnání simulovaných výsledků s naměřenými hodnotami je nutné zmínit, že povrch Země obecně není možné považovat za dokonale vodivý.

Elektrické vlastnosti povrchu Země jsou dány zejména permitivitou ε , permeabilitou μ a vodivostí σ . Dle doporučení ITU-R P.527 [12] je možné pro většinu aplikací považovat hodnotu permeability μ rovnou permeabilitě vakua μ_0 . V tomto doporučení jsou také uvedeny grafy zobrazující průběhy σ a ε pro různé frekvence a typy povrchů, kde je možné odečíst elektrické vlastnosti pro daný typ povrchu a užitou frekvenci. Pro dlouhé spoje je možné odečíst potřebná data z vodivostních map povrchu Země v doporučení ITU-R P.832 [13]. Mimo vodivostních map světadílů, jsou zde i mapy jednotlivých

zemí. Bohužel v aktuální verzi doporučení P.832-3 z února roku 2012 zatím chybí vodivostní mapa povrchu České republiky.

Přesto, jak ukázalo uskutečněné měření několika mikrovlnných spojů v rozličných terénech popsané v [6], které bylo následně srovnáno s modely vytvořenými parabolickou rovnicí na katedře elektromagnetického pole ČVUT v Praze, je výše uvedené zjednodušení vodivosti povrchu země na ideální vodič dostatečně přesné pro vytvoření funkčního modelu.

Požadavek na okrajovou podmínku horního okraje modelované oblasti je nulový odraz od hranice modelu, která je umístěna v konečné výšce z_{max} . Zde je zřejmé, že pro modelování venkovního pevného spoje je zcela nežádoucí získávat libovolný příspěvek výsledného pole odražením od horního okraje modelované oblasti.

Implementovaný algoritmus je založen na přidání absorpční vrstvy nad modelovanou oblast. Postupným filtrováním resp. tlumením šířeného elektromagnetického pole se zamezuje odrazům od horního okraje modelované oblasti $z_{upperbound} > z_{max}$. Zde je nutné, aby útlumová křivka byla bez rychlých změn, na kterých by docházelo k nežádoucím odrazům. V [1] je doporučeno použití Hannova okna

$$\phi(t) = \frac{1 + \cos(\pi t)}{2} \quad \text{pro} \quad t = \frac{z - z_{max}}{z_{upperbound} - z_{max}} \quad (3.21)$$

Obdobný přístup je uveden v [2], kde je pro výšku $z > z_{max}$ přidána k indexu lomu $n(x, z)$ imaginární část, která tlumí šířící se vlnu.

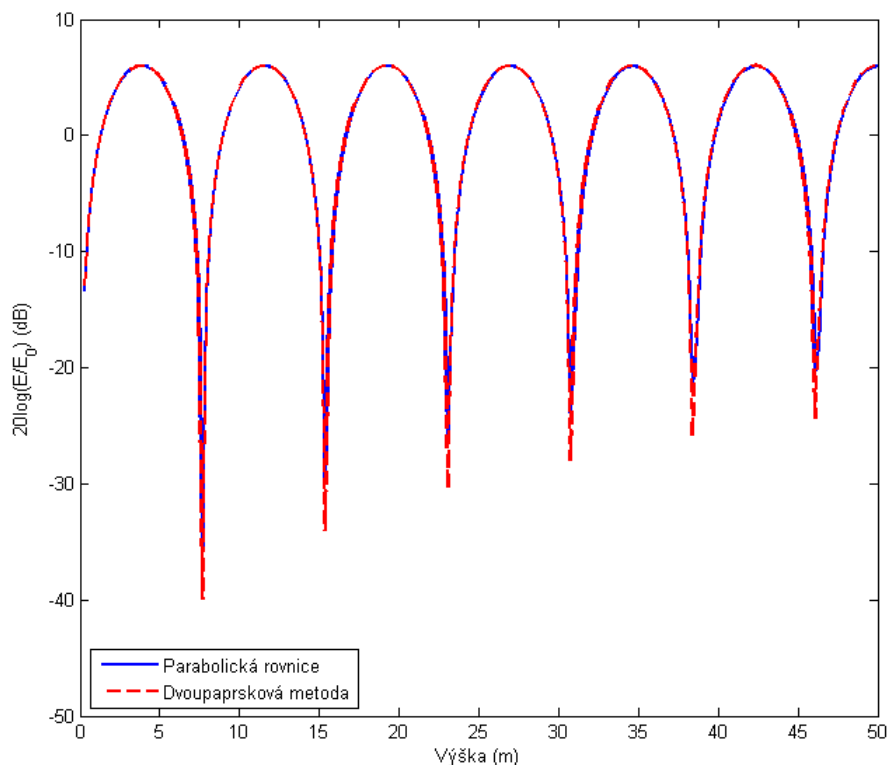
Počáteční podmínka pro $u(0, z)$ je podrobněji popsána v kapitole Modelování zdroje a koncová podmínka pro $u(x_{max}, z)$ je vyřešena jednosměrným šířením vlny.

3.5 Modelování zdroje

Vzhledem k charakteru výpočtu modelovaného pole metodou split-step je zřejmé, že ke správné funkci algoritmu je nutné správně nastavit počáteční podmínku $u(0, z)$. Ta je v tomto případě vektorem o L prvcích ve vzdálenosti $x = 0$. Zdroj je dále popsán svou výškou h_{Tx} , elevací antény θ_0 a šířkou hlavního svazku BW . Vektor $u(0, z)$ je pak pro Gaussovu vyzařovací charakteristiku bez zpětných laloků dán vztahem

$$u(0, z) = Ge^{-ik\theta_0} e^{-\frac{BW^2}{8 \log 2} k^2 (z - h_t)}, \quad (3.22)$$

kde G je normovací koeficient. V literatuře ([5], [11]) je také možné setkat se s vytvářením vyzařovací charakteristiky antény ve frekvenční oblasti a následný přechod zpět do oblasti časové.



Obrázek 3.4: Ukázka nastavení zdroje modelu parabolické rovnice dvoupaprskovou metodou

Při praktické aplikaci vztahu (3.22) v modelu vyvstává několik úskalí.

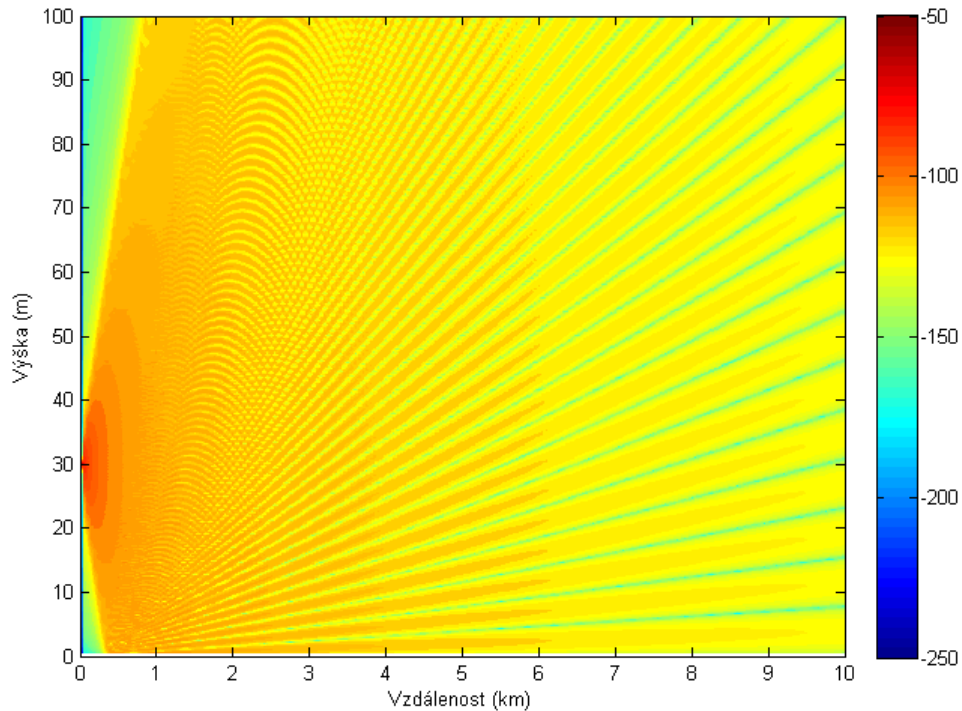
Pro pevné spoje na dlouhé vzdálenosti je potřeba správně volit šířku svazku. Zpravidla pokud je příliš velká, zvětšují se výpočetní nároky díky většímu množství energie vyzařovaného do absorpční vrstvy. Ta musí být širší a to se projeví v každém cyklu výpočtu.

Pokud je úhel šíření θ menší než šířka hlavního paprsku BW , dochází ke zúžení vyzařovaného kuželu (ve 2D spíše trojúhelníku) na úhel θ . V tu chvíli je rozdíl intenzit elektrického pole vyzařovací charakteristiky $< 3dB$ a pro $\theta \ll BW$ je vyzařované pole v tomto výseku téměř shodné s polem izotropního zářiče. Standardní volba pro dlouhé spoje je ale zpravidla $\theta > BW$.

Největším úskalím je volba normovacího koeficientu G . Zde je třeba využít některý z dobře popsanych analytických modelů a nastavit normovací koeficient G tak, aby se řešení pomocí parabolické rovnice shodovalo s analy-

tickým řešením. Existuje řada možností jak koeficient G nastavit. Jednou ze základních je pomocí dvoupaprskového (2-ray) modelu.

Dvoupaprsková metoda byla popsána v kapitole 2.2 a za dodržení určitých podmínek je možné použít ji k nastavení zdroje v modelu parabolické rovnice. Je nutné, aby se v modelu s parabolickou rovnicí neprojevovalo zakřivení země a zároveň se neprojevoval vliv refraktivity N . To lze jednoduše udělat zvolením indexu lomu $n = 1$ pro celou modelovanou oblast. Nastavení zdroje modelu parabolické rovnice se provádí změnou koeficientu G dokud nejsou výsledky obou metod srovnatelné. To je ukázáno na obr. 3.4, kde je vynesena intenzita elektrického pole E ku intenzitě elektrického pole pro volný prostor E_0 v logaritmické míře. Na ose x je pak vynesena výška přijímací antény v metrech. Výška vysílací antény je 30m a frekvence 7GHz. Vzhledem k diskrétnímu řešení obou metod odhadu difrakčních ztrát jsou viditelné minimální odchylky, které nemají pro přesnost nastavení žádný význam. Implementace dvoupaprskové metody do prostředí Matlab je uvedena v Příloze. Zároveň jsou tato a některé další metody nastavení zdroje blíže popsány v literatuře např. [7].



Obrázek 3.5: Model parabolické rovnice pro nastavení zdroje

Pokud platí $t(x_1) < t(x_1 + \Delta x)$, pak se pro výpočet vektoru $u(x_1, z)$ nic nemění. Další krok $u(x_1 + \Delta x, z)$ je počítán ze zkráceného vektoru $u(x_1, z)$ pro $z > t(x_1)$, který je doplněn shora nulami. Situace je znázorněna graficky na obr. 3.6.

V opačném případě, kdy platí $t(x_2) > t(x_2 + \Delta x)$, je zkrácený vektor $u(x_2, z)$ pro $z > t(x_2)$ ale shora doplněný na délku L zkrácen znovu $u(x_2, z)$ pro $z > 0$ a pro výšky $z \leq t(x_2)$ je doplněn odspodu nulami. Situace je opět zjednodušeně znázorněna na obrázku 3.6.

Veškeré hodnoty $u(x, z)$ pro $\forall x$ a $z > z_{max}$ jsou pak zahozeny a místa, kde $t(x) > 0$, jsou vyplněna nulami do výšky terénu $z = \Delta z t(x)$.

3.7 Přesnost modelování

V této kapitole budou zmíněny některé možné chyby, které vznikají zejména zjednodušováním Helmholtzovy rovnice (3.2) a diskretizací, které umožňují numerické řešení parabolické rovnice.

Hned na úvod je potřeba počítat s tím, že tento model je definován pouze ve dvou prostorových osách a tedy modeluje pouze zvolený řez terénem. Zároveň bylo zanedbáno zpětné šíření vlny, které by se mohlo pro jisté velmi specifické případy projevit ve výsledném poli. Správná volba úhlu šíření θ už byla zmíněna v kapitole 3.1. K té se váže i elementární geometrická úvaha, kde je nutné zvolit správný úhel šíření θ , aby se pole mohlo šířit do místa přijímací antény, které může být bezprostředně za překážkou nebo mimo hlavní lalok vysílací antény.

Dalším zdrojem chyb je diskretizace spojitého prostoru, která je nutná pro číslicové zpracování modelu. Rozdělení celé modelované oblasti na rastr s krokem Δx a Δz již bylo zmíněno v kapitole 3.3. Volba parametrů Δx není jednoznačná a je nutné věnovat ji pozornost. Mnoho různých doporučení pro nastavení je možno nalézt v literatuře. Například v [2] se uvádí $\Delta x = 10\lambda$ až 100λ nebo v [5] a [8] jsou shodně uvedeny hodnoty $\Delta x = 2k(\Delta z)^2$. Podobně při nastavení zdroje signálu je nutné věnovat velkou pozornost volbě normovacího koeficientu G . Ten je závislý na mnoha veličinách jako je šířka hlavního svazku BW , elevace θ_0 , frekvence λ a úhel šíření θ při jejichž změně je nutné opětovné nastavení normovacího koeficientu G .

V poslední řadě je při výpočtu často nutné zaokrouhlování zejména výšek. To je samozřejmě přímým důsledkem diskretizace prostoru. Všechny výšky antén, překážek a terénních profilů musí nabývat hodnot v násobcích Δz , aby s nimi bylo možné pracovat.

Kapitola 4

Vliv tvaru překážky a geometrie spoje na difrakční ztráty

V minulé kapitole vytvořený model byl použit pro modelování některých scénářů, které mohou nastat zejména na pevných mikrovlnných spojích. Zvolené frekvence 7, 23 a 38GHz jsou jen reprezentativně zvolená trojice, která pokrývá běžně používané frekvence provozované na pevných spojích u nás [15] i v zahraničí [16].

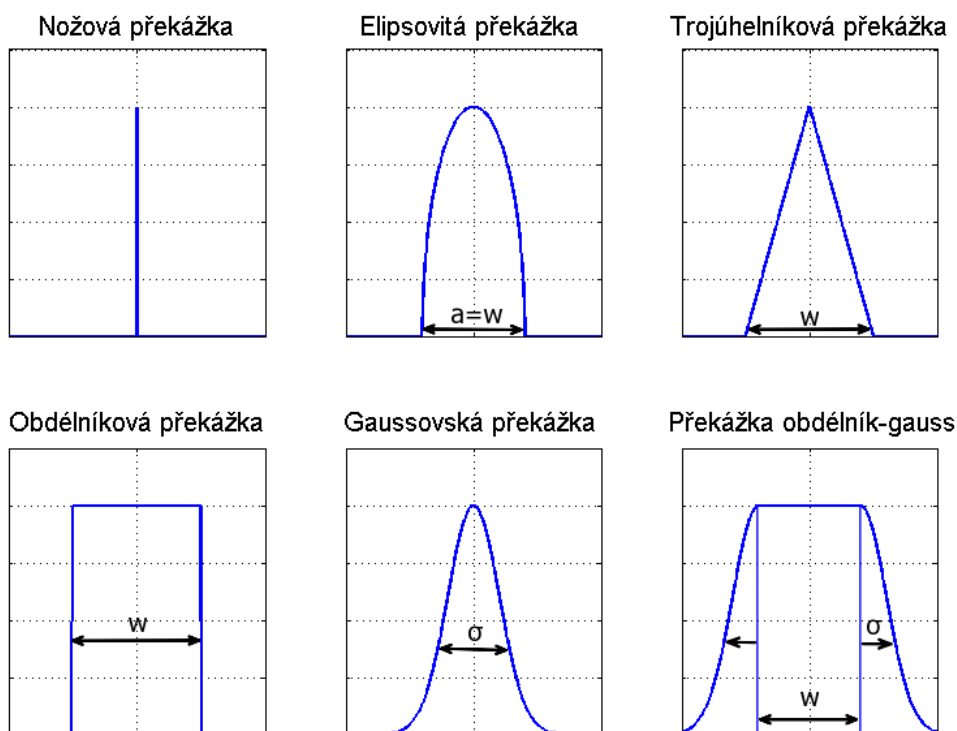
Na modelu byla provedena některá zjednodušení a idealizace s cílem vyloučit z modelu jevy, které přímo nesouvisí s difrakčními ztrátami, na které je tato práce zaměřena. Mezi tyto patří za prvé přidání absorpční zóny pod spodní hranici modelu, tak aby nedocházelo k odrazům od země a ovlivňování výsledné útlumové křivky. Předchází se tím zejména závislosti útlumové křivky na výšce vysílací antény, délce spoje, úhlu šíření a vyzářovací charakteristice vysílací antény. Za druhé provádění všech simulací mimo povrch Země, tedy bez jakéhokoliv vlivu zakřivení Země na vzdálenosti v řádech desítek kilometrů a vyšší. Za třetí se jedná o nastavení indexu lomu $n(x, z) = 1; \forall x, z$. To implikuje šíření elektromagnetické vlny ve vakuu, takže nedochází k jejímu zakřivení jako je tomu v troposféře běžné.

V kapitolách 4.1 až 4.5 budou postupně prezentovány výsledky práce s vytvořeným modelem, které popisují chování difrakčních ztrát pro různé tvary překážek, frekvence, vzdálenosti a obecně pro různé geometrie spojů.

4.1 Vliv tvaru překážky

Prvním krokem při simulacích bylo zjištění vlivu tvaru překážky na difrakční ztráty. Tento krok je pro další práci s modelem zásadní, a proto je nutné zavést parametry jednoznačně definující danou překážku. Tyto parametry budou použity i v dalších kapitolách.

Model jako takový umožňuje vytvořit téměř libovolnou překážku, tedy umožňuje pro takřka libovolný spoj vytvořit adekvátní terénní model. Není cílem této práce pro různé terénní reliéfy zjišťovat výsledné elektromagnetické pole v místě přijímací antény, ale spíše zobecnit výsledky měření do jednodušších pravidel týkajících se difrakčních ztrát. Z tohoto důvodu bylo zvoleno šest různých tvarů překážek, které jsou definovány nejvýše 2 parametry (vyjma výšky překážky). Tvary jsou zobrazeny na obr. 4.1, kde jsou parametry vyznačeny.



Obrázek 4.1: Ukázky použitých tvarů překážek

U nožové překážky je jediným parametrem výška překážky. Je nutné ale vnímat, že překážky jsou v ose x modelovány s rozlišením Δx . Nožová

překážka tedy není nekonečně úzká, ale je to obdélník se šířkou Δx . Pro přesné modelování je vhodné volit Δx co možná nejnižší. Elipsovité překážky jsou definovány jako

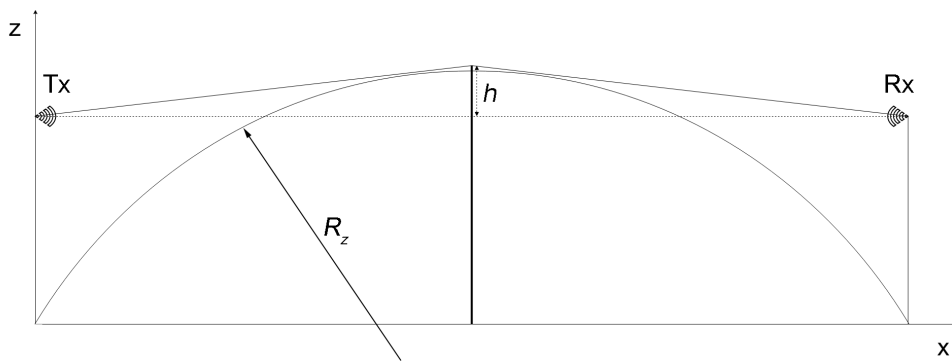
$$t_{ellipse}(x) = \sqrt{2\frac{b^2}{a}x - \frac{b^2}{a^2}x^2}, \quad (4.1)$$

kde a je délka hlavní poloosy, která je rovnoběžná s osou x a určuje šířku překážky ve výšce $z = 0$. b je délka vedlejší poloosy, která je kolmá na osu x a určuje výšku překážky. Trojúhelníková a obdélníková překážka je definována šířkou základny a výškou překážky. Překážka ve tvaru Gaussovy funkce je definována

$$t_{gauss}(x) = be^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad (4.2)$$

kde b je výška překážky a σ je parametr určující šířku překážky. Překážka typu obdélník-gauss je pak spojením obdélníkové překážky a překážky ve tvaru Gaussovy funkce. Zde je pro definování potřeba kromě výšky také šířka podstavu obdélníkové překážky a parametr σ Gaussovy funkce.

Simulace s těmito překážkami byly provedeny na již zmíněných frekvencích 7, 23 a 38GHz nejprve na vzdálenost 2km, kde překážka je umístěna uprostřed spoje. Různé míry zastínění ν byly získávány změnou výšky přijímací antény pro konstantní výšku překážky. Druhý způsob, který se nabízí, je změna výšky překážky pro konstantní výšku přijímací antény. Ten je výpočetně náročnější, protože pro každou hodnotu míry zastínění ν je nutné vymodelovat celý prostor. Výhodou je, že přijímací anténa je neustále v maximu vyzářovací charakteristiky vysílací antény, a tedy touto vyzářovací charakteristikou není nijak ovlivněna. Kromě zmíněného jsou obě metody rovnocenné.



Obrázek 4.2: Profil trasy pro hraniční křivky difrakčních ztrát: sférický povrch a nožová překážka

Pro usnadnění porovnávání difrakčních ztrát pro různé případy bylo použito dvou hraničních křivek. Tento model byl inspirován doporučením ITU-R P.530 [17], kde je použit pro vyhodnocení difrakčních ztrát pro obecný případ.

Nejpříznivější případ překážky, tedy ten s nejnižšími difrakčními ztrátami pro zvolenou míru zastínění ν , je ideální nožová překážka (knife-edge). Řešení pro nožovou překážku je možné získat poměrně jednoduchým výpočtem uvedeným v kapitole 2.1 nebo [4]. Nejméně příznivý případ jsou difrakční ztráty způsobené sférickým povrchem Země (výpočet viz [4]). Zde byla zvolena délka spoje 70km, kde je již zakřivení Země na spoji dobře patrné. Tato křivka pak byla použita ve všech grafech, kterých se tato problematika týká, a je označena jako "sférická země ITU-R P.526". Takto definovaná hranice je spíše orientační, protože, jak bylo uvedeno dříve, zemské zakřivení není součástí modelu. Přesto je vhodné vymezit prostor, kde se difrakční ztráty pro různé překážky mohou pohybovat.

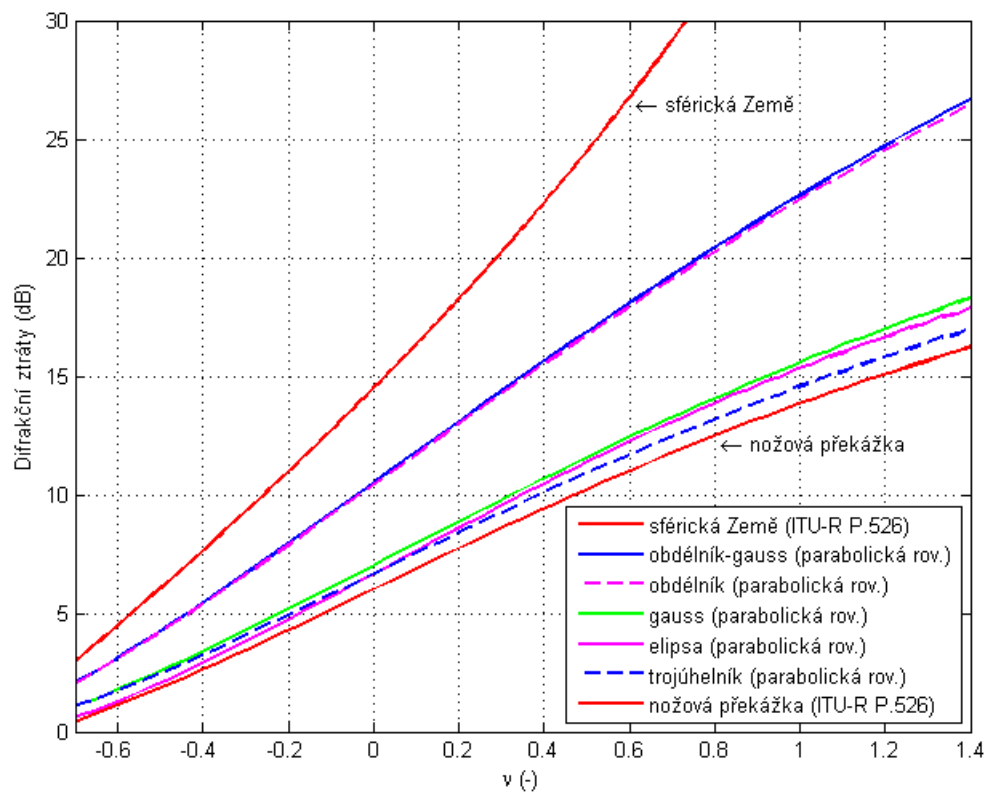
Pro názornost je spoj s oběma překážkami: sférický povrch a nožová překážka zobrazen na obr. 4.2. Schéma pro větší názornost není v měřítku. Zakřivení povrchu není na 70km dlouhém spoji tak velké.

Výsledky simulací pro zvolenou geometrii spoje jsou na obr. 4.3 - 4.5. Zde jsou patrné rozdíly zejména mezi dvěma skupinami. V první skupině, kde je trojúhelníková, eliptická a gaussovská překážka, je zhoršení difrakčních ztrát oproti nožové překážce pro zadané parametry $< 3\text{dB}$. Ve druhé skupině, kde jsou obdélníková překážka a překážka typu obdélník-gauss, je zvýšení difrakčních ztrát již velmi dobře patrné. Pro míru zastínění $\nu = 1$ je to kolem 9dB.

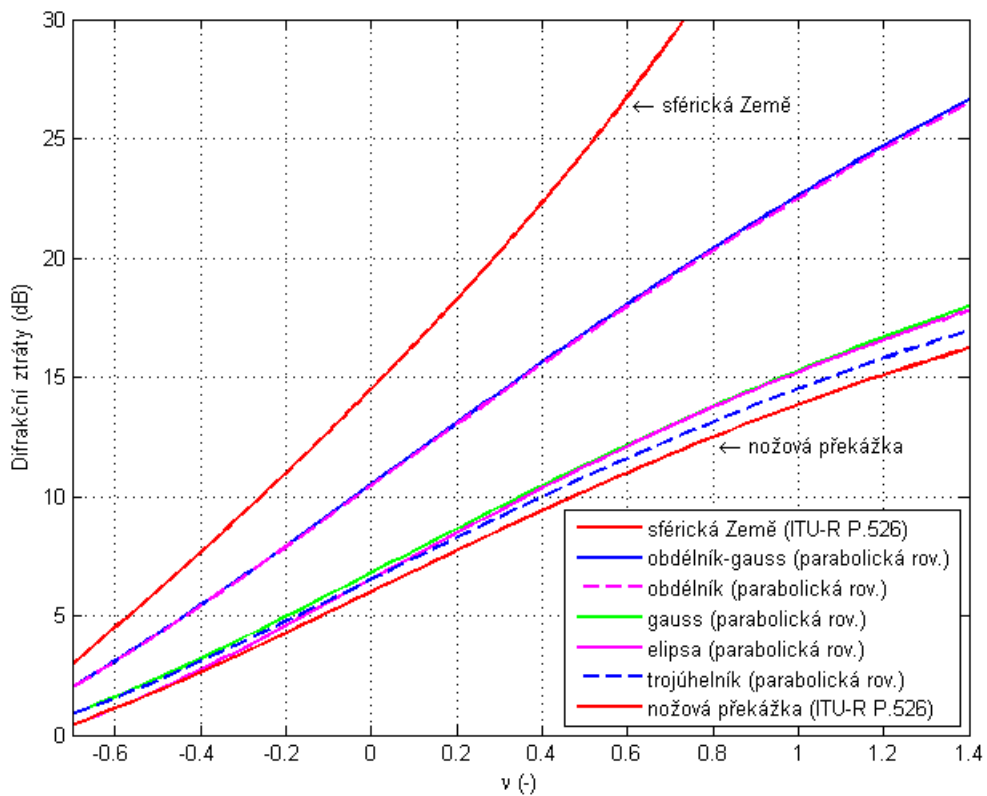
Při porovnání výsledků pro různé frekvence je vidět mírnou frekvenční závislost difrakčních ztrát. U vyšších frekvencí dochází ke zmenšování rozdílu mezi jednotlivými tvary a k mírnému snížení difrakčních ztrát celkově. Význam frekvenční závislosti ale není pro potřeby plánování pevných spojů nijak zásadní, protože změny difrakčních ztrát se pohybují v řádu desetin decibelu.

Pro další simulace bude často používána pouze překážka typu obdélník-gauss. Prvním důvodem jsou nejvyšší difrakční ztráty z prezentovaných tvarů, což je vhodné pro potřeby plánování pevných spojů. Další výhodou je značná variabilita volby tvaru dána dvěma parametry, které umožňují vytvořit při vhodné volbě parametrů gaussovskou překážku, obdélníkovou překážku, nožovou překážku a samozřejmě překážku typu obdélník-gauss. V poslední řadě lze říci, že nejde o vykonstruovanou překážku, která není aplikovatelná na obecný krajinný reliéf, ale vcelku přirozený tvar.

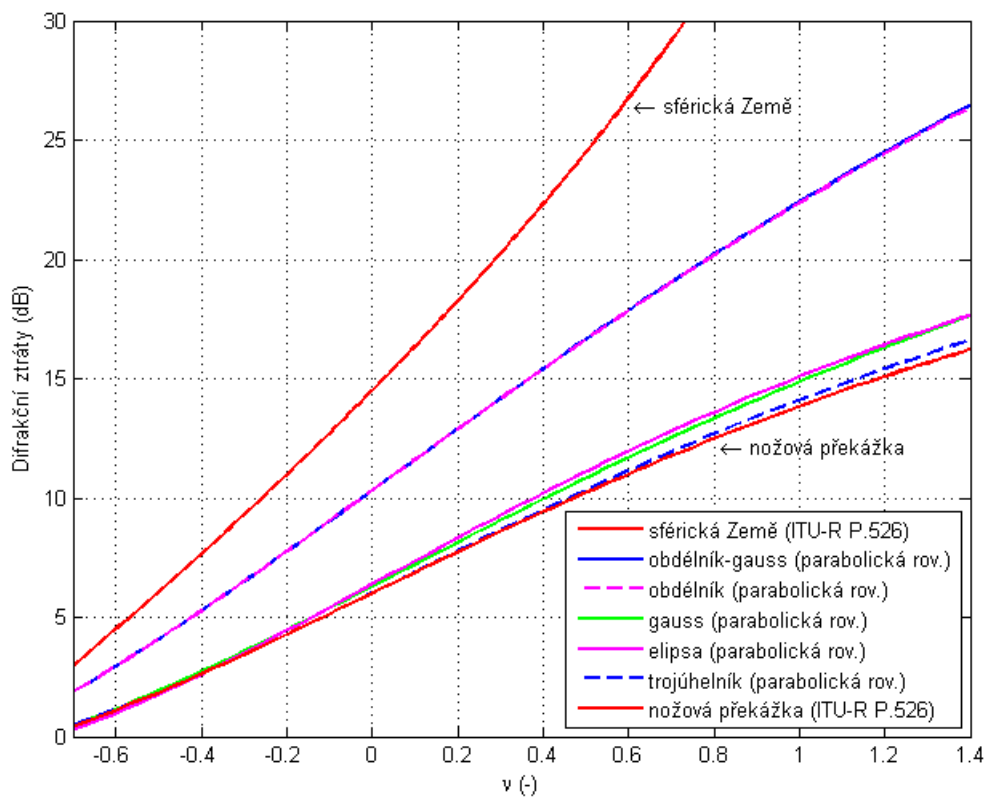
Tato překážka byla nadále zkoumána ve smyslu vlivu volby parametrů (šířka překážky w a parametru σ) na difrakční ztráty ve zvoleném intervalu



Obrázek 4.3: Difrakční ztráty v 7GHz pro různé tvary překážek a parametry: šířka překážky 200m, $\sigma = 100$



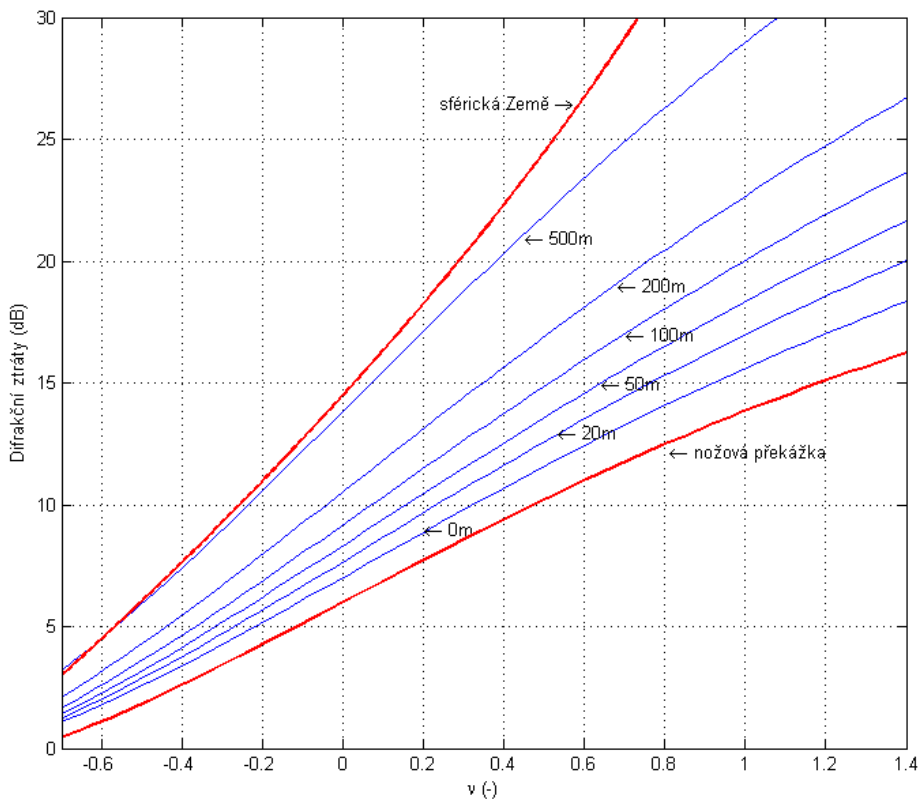
Obrázek 4.4: Difrakční ztráty v 23GHz pro různé tvary překážek a parametry: šířka překážky 200m, $\sigma = 100$



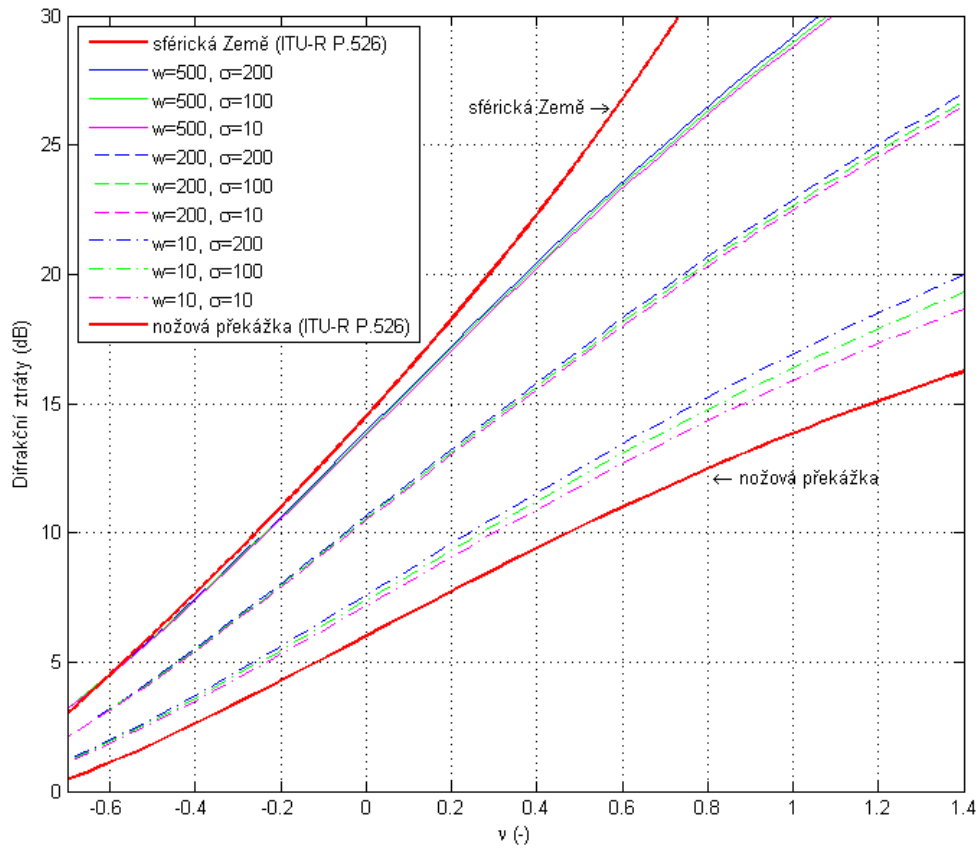
Obrázek 4.5: Difrakční ztráty v 38GHz pro různé tvary překážek a parametry: šířka překážky 200m, $\sigma = 100$

míry zastínění ν . S ohledem na výše prezentované výsledky nízké frekvenční závislosti difrakčních ztrát budou dále uváděny výsledky pro 23 a 38GHz pouze bude-li to mít nějaký zásadní důvod.

Pro přehlednost grafů byl nejprve zkoumán vliv šířky obdélníkové části překážky w (viz obr. 4.6) se $\sigma = 100$, kdy geometrie spoje zůstává stejná jako v předchozím případě. V grafu jsou přidány hodnoty šířky obdélníkové části w v metrech k jednotlivým křivkám pro lepší čitelnost. Difrakční ztráty se pak pro různé šířky překážky w pohybují od křivky gaussovské překážky ($w = 0\text{m}$), která je nejpříznivějším případem, po šířku obdélníkové části překážky typu obdélník-gauss $w = 500\text{m}$. Zde je potřeba říci, že pro vyšší hodnoty šířky w , by difrakční ztráty překročily hodnoty ztrát pro sférickou Zemi, které byly uvedeny jako nejhorší možný případ. To je dáno ne zcela robustní definicí míry zastínění ν , které bude věnována jedna z následujících kapitol. Nasnadě je i otázka potřeby provozování pevného spoje, kde více než 25% délky spoje je tvořeno překážkou.



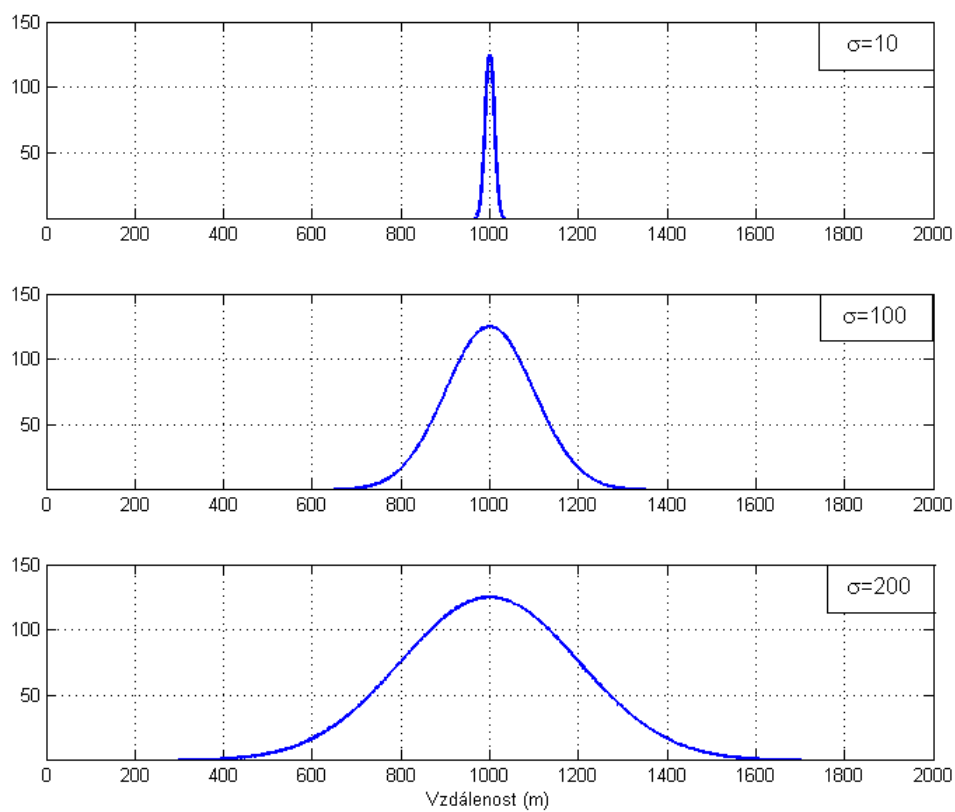
Obrázek 4.6: Difrakční ztráty v 7GHz pro různé šířky překážky ($\sigma = 100$)



Obrázek 4.7: Difrakční ztráty v 7GHz pro různé šířky w a různé hodnoty parametru σ překážky obdélník-gauss

Vliv šířky w je tedy značný a v jedné z následujících kapitol bude ještě zmíněn v kontextu délky spoje. Pokud se zvolí šířka překážky w konstantní a bude se měnit druhý z parametrů: σ , tak rozdíly nejsou zas tak patrné. To je ukázáno na obr. 4.7. Pro každou ze šířek $w = 10, 200$ a 500m se měnil parametr $\sigma = 10, 100$ a 200 .

Protože není jednoduché si pod hodnotami bezrozměrného parametru sigma představit konkrétní tvar, jsou na obr. 4.8 ukázány tvary gaussovské překážky pro spoj dlouhý 2km s překážkou uprostřed a hodnotami sigma parametru $\sigma = 10, 100$ a 200 . Přestože tvary Gaussovských funkcí jsou celkem rozdílné, tak křivky difrakčních ztrát pro různé σ zobrazené na obr. 4.7 jsou si velmi podobné. Největší rozdíl způsobí změna parametru σ u nízkých hodnot šířky w , kde dosahuje až kolem 1, 2dB. I tak je to celkem malá změna, která je v porovnání se změnami průběhů na obr. 4.6 zanedbatelná.

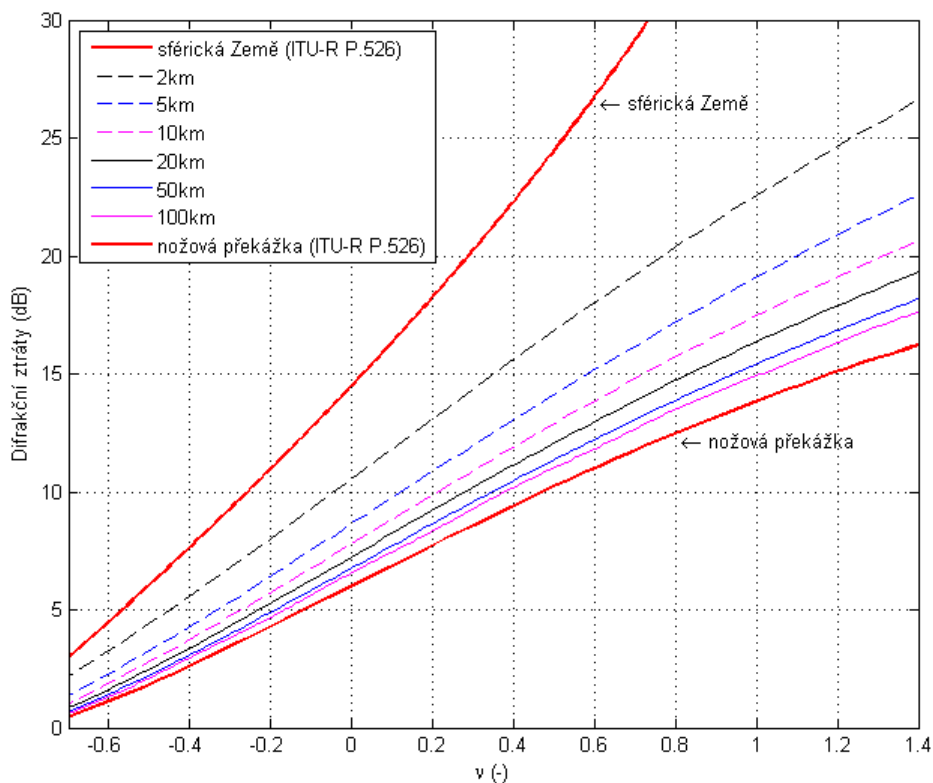


Obrázek 4.8: Gaussovská překážka pro různé hodnoty parametru σ

4.2 Vliv délky spoje

V minulé kapitole byly zavedeny základy pro posuzování difrakčních ztrát čistě na základě tvaru překážky. V této kapitole bude řešena zejména otázka vlivu délky pevného spoje na difrakční ztráty.

Nejprve bude zkoumán případ, kdy pro stále stejnou překážku umístěnou uprostřed pevného spoje bude měněna vzdálenost mezi vysílačem a přijímačem. Zvolená překážka bude jako v mnoha případech v předchozí kapitole překážka typu obdélník-gauss s parametry $w = 200\text{m}$, $\sigma = 100\text{m}$. Délky pevných spojů byly zvoleny 2, 5, 10, 20, 50 a 100km. To by mělo pokrýt velkou většinu délek provozovaných pevných spojů.

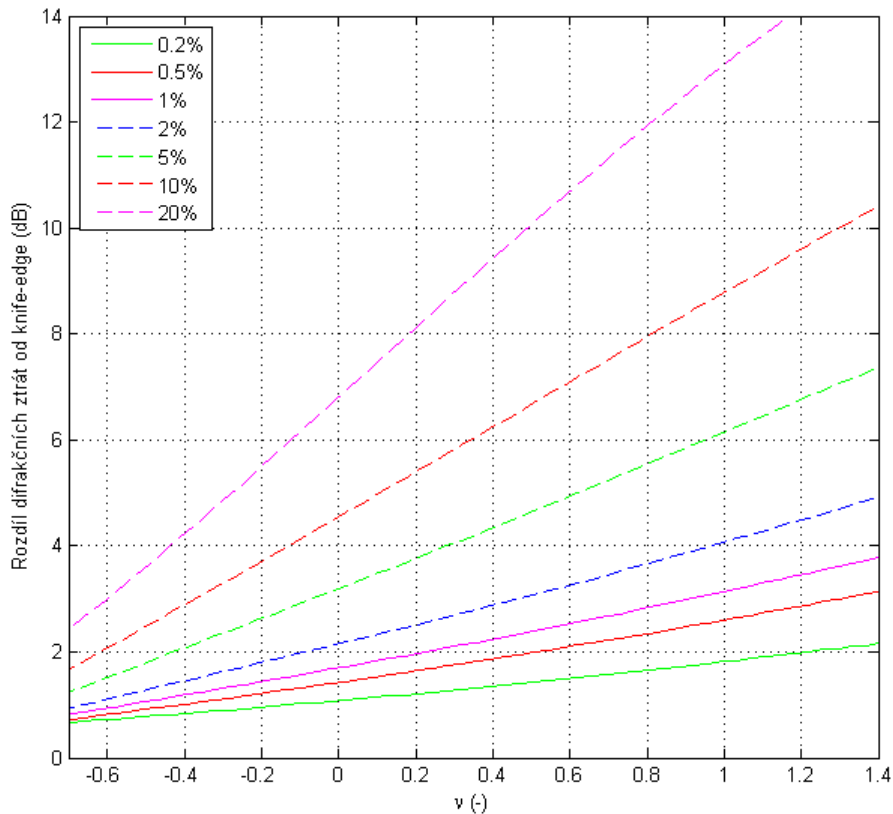


Obrázek 4.9: Difrakční ztráty pro různé délky spoje

Výsledky jsou patrné z obr. 4.9. S rostoucí délkou pevného spoje klesá vliv tvaru překážky a křivka difrakčních ztrát se blíží k difrakčním ztrátám nožové překážky. Toto platí samozřejmě i pro všechny tvary překážek, kde nejsou rozdíly mezi jednotlivými křivkami tak výrazné. Lze předpokládat,

že křivka difrakčních ztrát nožové překážky je zde opravdu hraniční poloha, kdy šířka překážky je zanedbatelná v porovnání s délkou spoje.

Jiným přístupem je změna šířky překážky úměrně ke změně délky spoje. Na spojích délky 2, 5, 10, 20, 50 a 100km, bylo měřeno 8 různě širokých obdélníkových překážek. Ty byly zvoleny namísto obvykle používaných překážek typu obdélník-gauss kvůli nejasné hodnotě parametru σ , která by se měla měnit úměrně vzhledem k délce spoje. Volba konstantního parametru σ by pak způsobila zvýšení difrakční ztráty u kratších spojů. To bylo ukázáno v předchozí kapitole na obr. 4.7. Šířky překážek byly z praktických důvodů vyjádřeny procentem z délky spoje (viz obr. 4.10).



Obrázek 4.10: Rozdíl difrakčních ztrát způsobených obdélníkovou a nožovou překážkou, šířka překážky je vyjádřena procentem z délky spoje

Výsledné křivky difrakčních ztrát pro různé délky spojů, ale shodné procentuální vyjádření šířky překážky, jsou si velmi podobné. Lze tedy usuzovat, že šířka překážky může být dostatečně přesně vyjádřena procentem z celkové délky spoje, které zaujímá, bez ohledu na samotnou délku

spoje. V tomto světle je tedy možné pro různé scénáře definované délkou spoje, tvarem překážky a jejími parametry určit pouhým odečtením z obr. 4.10 a připočtením difrakčních ztrát nožové překážky z doporučení ITU-R P.526 odhad předpokládaných difrakčních ztrát. U překážek s méně strmou náběžnou a sestupnou hranou se u kratších spojů projeví nárůst difrakčních ztrát vlivem tvaru překážky, který pro delší spoje nebude tak výrazný.

4.3 Vliv polohy překážky

Prozatím všechny simulace vycházeli z geometrie, kdy překážka je přesně v polovině délky spoje. Pro bližší prozkoumání vlivu pozice překážky na výslednou křivku difrakčních ztrát bylo provedeno několik simulací na spoji délky 2km s překážkami s parametry $w = 100\text{m}$, $\sigma = 100$. Střed překážky se při tom pohyboval od vzdálenosti 500m do vzdálenosti 1500m od vysílače s krokem 100m.

Tabulka 4.1: Maximální rozdíl difrakčních ztrát vlivem změny polohy překážky

Tvar překážky	Rozdíl ztrát (dB)
Nožová	0,04
Elipsovitá	0,25
Trojúhelníková	0,05
Obdélníková	1,80
Gauss	0,25
Obdélník-gauss	1,87

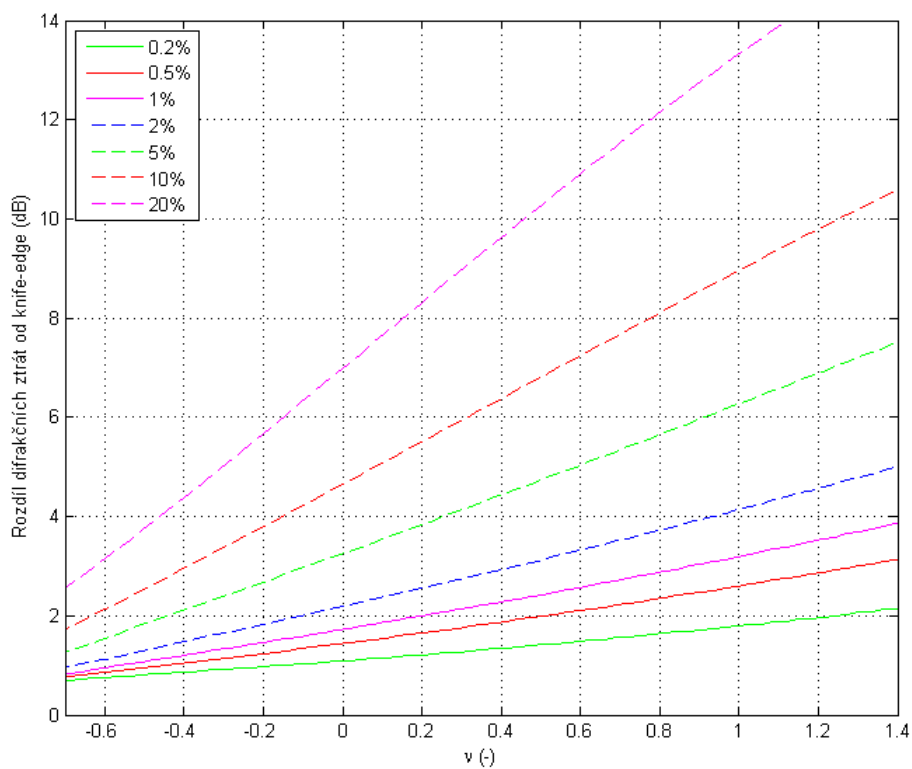
Protože jsou si výsledné křivky velmi podobné, výsledný graf by nebyl příliš přehledný. Výsledky jsou proto vyneseny do tabulky 4.1, kde je pro každý tvar překážky vynesena pouze maximální odchylka od situace umístění překážky uprostřed spoje. Maximální odchylky od difrakčních ztrát překážky umístěné uprostřed spoje dosahuje zpravidla překážka nejvíce vzdálená, tedy v tomto případě shodně překážka umístěna v 500m a 1500m od vysílače. Pro frekvence 23 a 38GHz jsou výsledky téměř totožné. Rozdíly jsou v řádu setin až jedné desetiny decibelu.

Pro další úvahy bude zavedena bezrozměrná veličina l , která představuje vzdálenost překážky od vysílací antény v násobcích délky spoje.

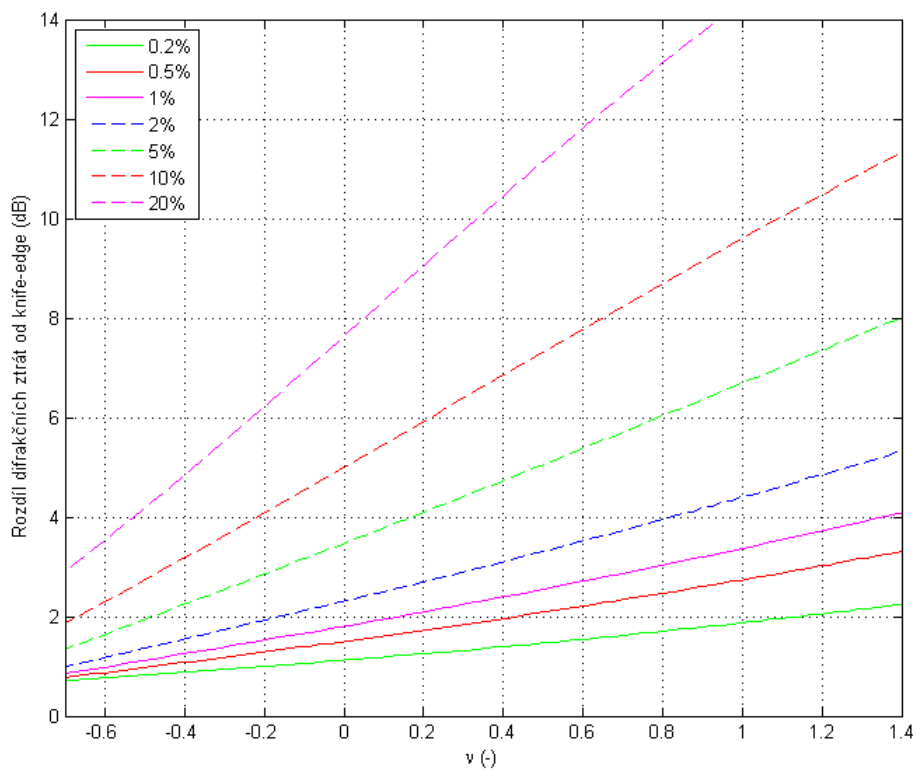
$$l = \frac{x_p}{x_{max}}, \quad (4.3)$$

kde x_p je vzdálenost středu překážky od vysílací antény v metrech a x_{max} je délka spoje v metrech. Zde $l = 0$ označuje pozici vysílací antény a $l = 1$ označuje pozici přijímací antény, což jsou zároveň i minimální a maximální hodnota veličiny l . Pak pro různé délky spojů se stejným poměrem šířky překážky ku délce spoje a stejným l jsou výsledné křivky difrakčních ztrát stejné, nanejvýš s rozdílem v řádu desetin decibelu.

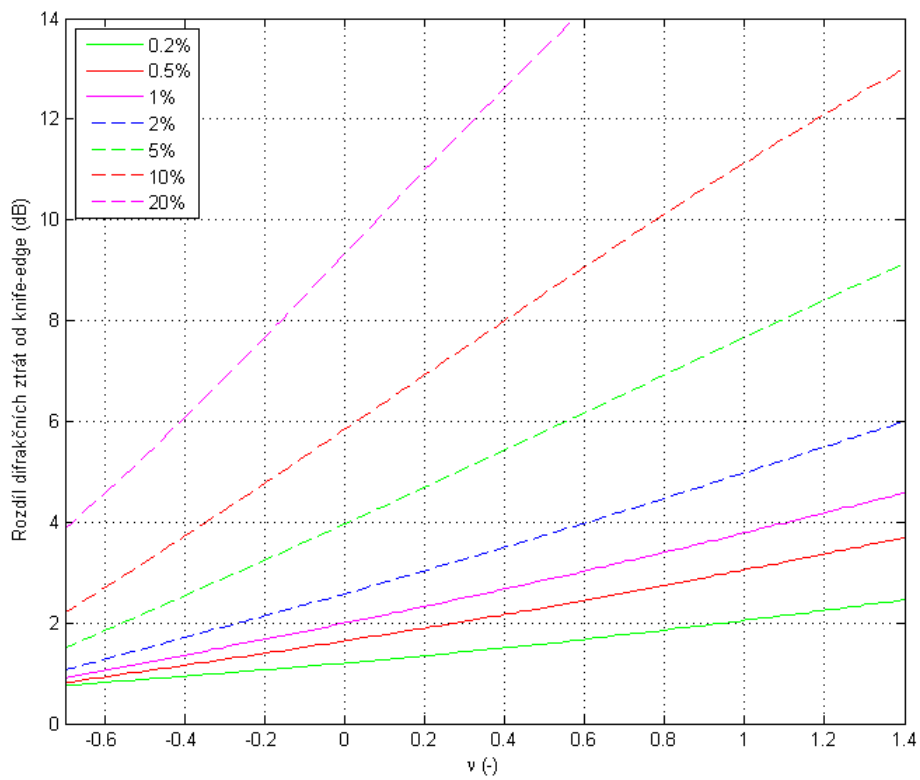
V návaznosti na předchozí kapitolu se zdá být vhodné rozšíření obrázku 4.10, kde je překážka umístěna uprostřed spoje, o obrázky 4.11 - 4.13, kde jsou středy překážek umístěny ve vzdálenostech $l = 0,4$; $0,3$ a $0,2$. Zároveň řada simulací potvrdila, že dvojice $l = 0,4$ a $l = 0,6$; $l = 0,3$ a $l = 0,7$; $l = 0,2$ a $l = 0,8$ jsou si výsledkově velmi podobné, což vzhledem k jisté symetrii není až tak překvapivé. Tím je zároveň pokryta celkem široká škála možných umístění překážek. Lze zároveň očekávat nárůst difrakčních ztrát pro $l < 0,2$ resp. $l < 0,2$. Tato situace však pro spoje kratších než 50km nejspíš nebude příliš obvyklá.



Obrázek 4.11: Rozdíl difrakčních ztrát způsobených obdélníkovou a nožovou překážkou, šířka překážky je vyjádřena procentem z délky spoje, $l = 0,4$



Obrázek 4.12: Rozdíl difrakčních ztrát způsobených obdélníkovou a nožovou překážkou, šířka překážky je vyjádřena procentem z délky spoje, $l = 0,3$



Obrázek 4.13: Rozdíl difrakčních ztrát způsobených obdélníkovou a nožovou překážkou, šířka překážky je vyjádřena procentem z délky spoje, $l = 0, 2$

4.4 Relativita míry zastínění

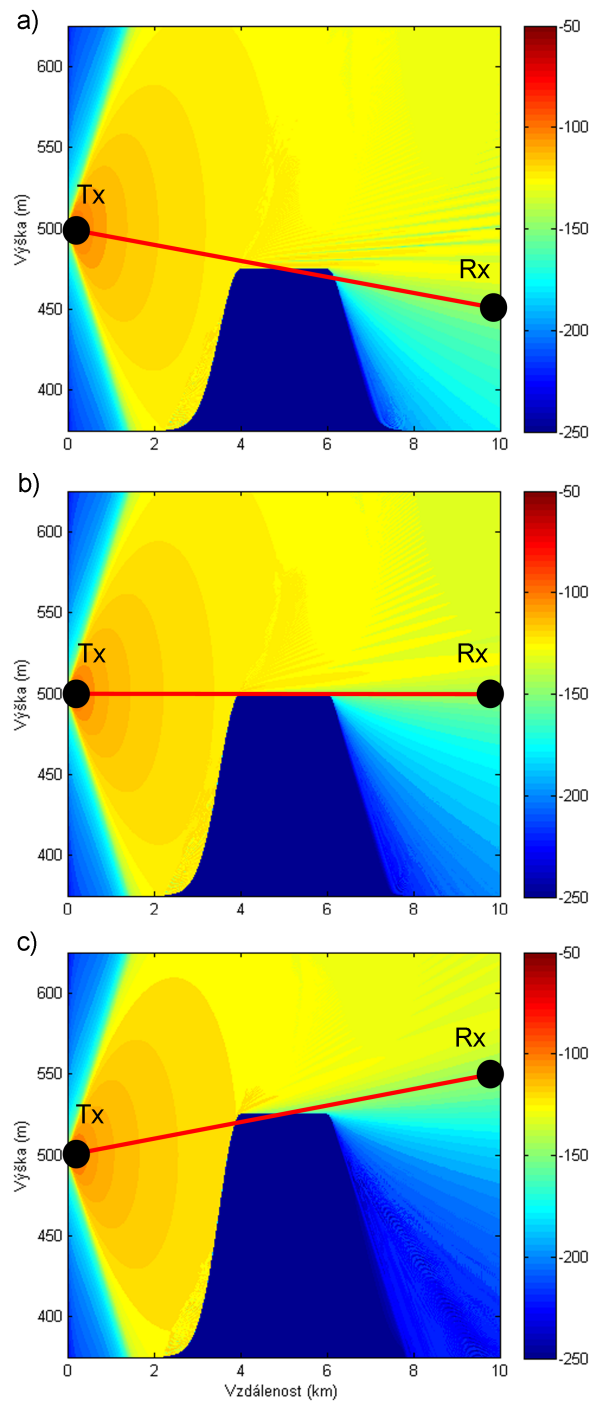
Míra zastínění ν byla zatím použita pro srovnávání difrakčních ztrát všech typů i velikostí překážek. Tento parametr však není zcela dobře definován pro překážky jejichž rozměry v horizontální rovině jsou výrazně odlišné od nožové překážky. Důvodem je výpočet míry zastínění ν v místě osy překážky jako by se jednalo o nožovou překážku. To není nijak velký problém pro překážky, které mají výrazné maximum a poté ostřeji klesají v obou směrech osy x . Problém nastává u překážek se širším vrcholem, jako je obdélníková překážka nebo překážka typu obdélník-gauss. Zde se může objevit jev, který je vyobrazen na obr. 4.14. Míra zastínění vypočítaná ze středu překážky neodráží skutečnou míru zastínění, která nastává u tohoto konkrétního spoje. Na všech obrázcích 4.14a - 4.14c je vyobrazen spoj s mírou zastínění $\nu = 0$, což znamená, že vrchol překážky by měl být na přímé spojnicí vysílací a přijímací antény. To platí pouze u obr. 4.14b, u zbylých obrázků je vrchol překážky (resp. jeho část) nad touto spojnicí.

Na obr. 4.15 jsou vyobrazeny křivky difrakčních ztrát pro 14km dlouhý spoj na frekvenci 7GHz, kdy pro konstantní míru zastínění $\nu = 0$ se měnila vzájemná výška vysílací a přijímací antény, podobně jako je vyobrazeno na obr. 4.14. Simulace proběhla na 6 různě širokých překážkách typu obdélník-gauss se šířkami 0, 1400, 2800, 4200, 5600 a 7000m, vyjádřeno v procentech z délky spoje 0, 10, 20, 30, 40 a 50%, a parametrem $\sigma = 200$.

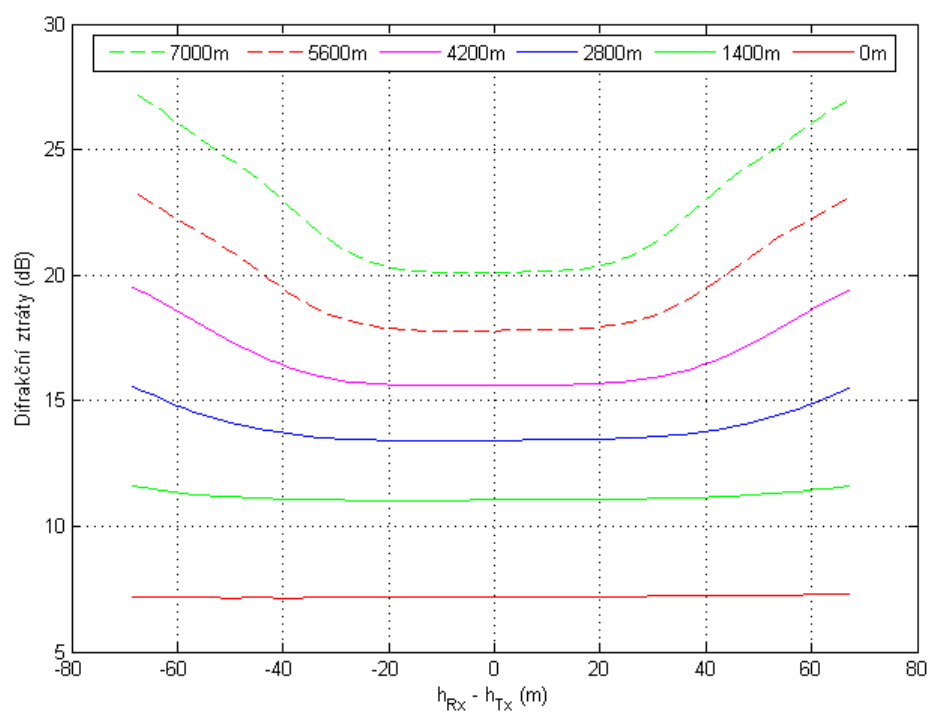
Výraznější vliv tohoto jevu na uvedeném spoji se projevuje až u překážek o šířce 40 a 50% z délky spoje a při značném relativním výškovém posunutí antén. U překážek ze skupiny trojúhelníková, gausovská a elipsovité překážky jsou rozdíly výrazně nižší a u nožové překážky je tento jev pozorovatelný pouze díky nahrazení nekonečně úzké překážky obdélníkem o šířce Δx .

Zároveň se nepodařilo vysledovat chování, které by vedlo k případnému zobecnění problému jako v kapitolách 4.2 a 4.3. Jediným vyzorovaným znakem je výrazné zvýšení vlivu tohoto jevu pro kratší spoje, kdy u spoje dlouhého 2km je pro $\nu = 0$ šířku překážky 200m a relativní posunutí antén $h_{Rx} - h_{Tx} = -20\text{m}$ rozdíl oproti stavu, kdy jsou obě antény stejně vysoko, $> 5\text{dB}$.

Toto není problém většiny spojů, ale spíše upozornění na možný zdroj chyb při odhadu difrakčních ztrát. V předchozích kapitolách byly uváděny případy, kdy vliv tohoto jevu je stěžejí pozorovatelný na některých mezních případech. Jen pro představu, na 2km spoji s překážkou uprostřed, kdy vysílací anténa a vrchol překážky jsou v rovině, je výška přijímací antény pro míru zastínění $\nu = 1,4$ o přibližně 12m níže než vysílací anténa a pro míru zastínění $\nu = -0,7$ o přibližně 4,5m výše než vysílací anténa.



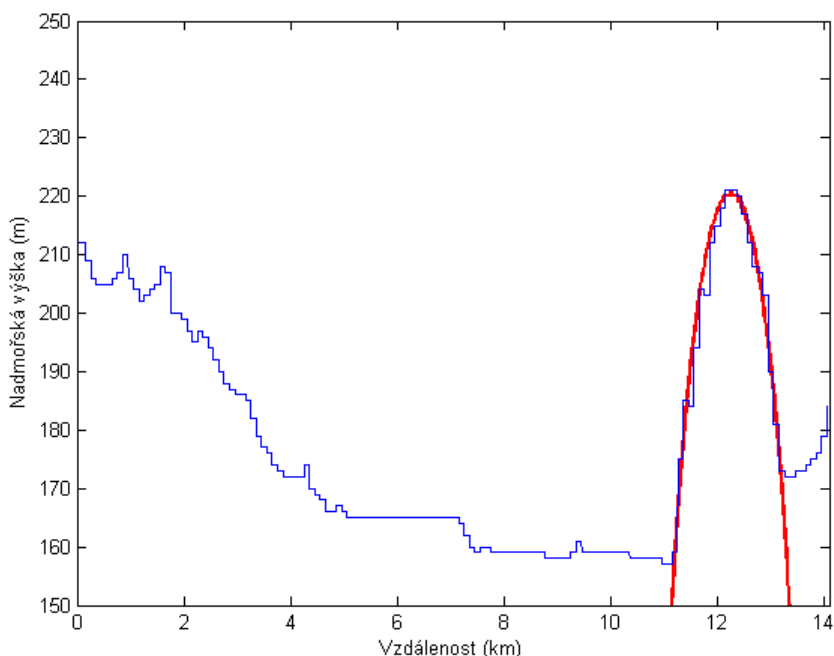
Obrázek 4.14: Problematika definice míry zastínění ν



Obrázek 4.15: Difrakční ztráty pro $\nu = 0$ v závislosti na vzájemné poloze přijímací a vysílací antény

4.5 Porovnání modelu s naměřenými daty

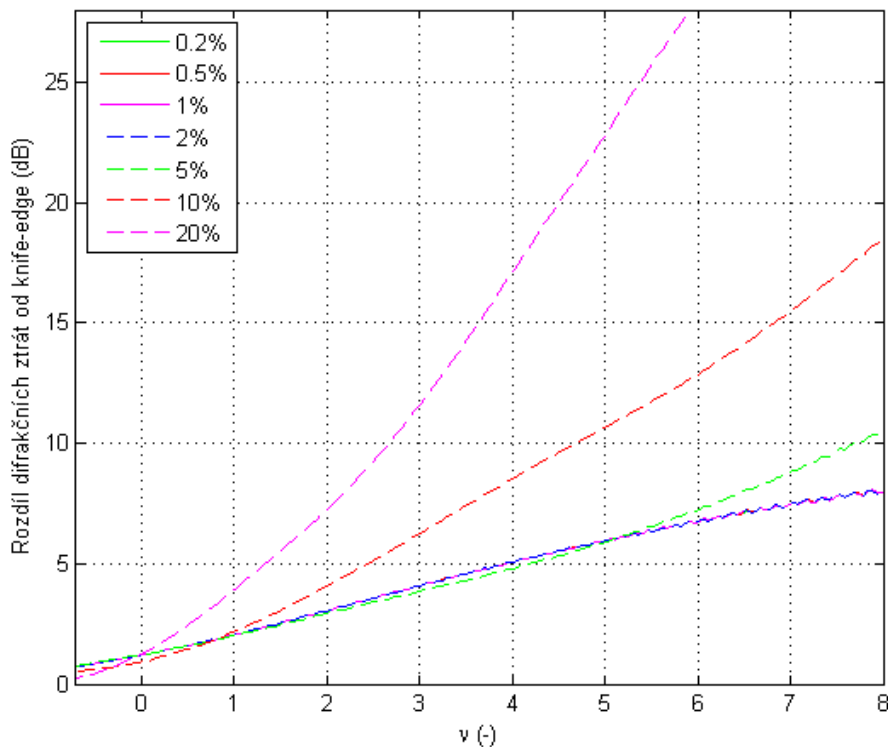
Závěrem budou získané poznatky aplikovány při porovnání s hodnotami naměřenými na spoji Předboj - Chloumek ve středních Čechách, provedené katedrou elektromagnetického pole na ČVUT v Praze. Celé měření na tomto a několika dalších spojih je podrobně popsáno v [6]. V prvním kroku bude spoj blíže definován z dostupných informací. Následně bude analyzován na základě poznatků prezentovaných v kapitolách 4.1 - 4.4, aby se určilo, zda je možné odhadnout difrakční ztráty na základě uvedených zjednodušení terénu. A nakonec bude reliéf terénu implementován do prostředí Matlab a naměřené výsledky budou porovnány s modelem.



Obrázek 4.16: Výškopis spoje Předboj-Chloumek s aproximací terénu elipsoidovou překážkou

Délka spoje, který vede z Předboje ($50^{\circ}13'32.99''\text{N}$; $14^{\circ}28'43.45''\text{E}$) do Chloumku ($50^{\circ}21'03.07''\text{N}$; $14^{\circ}30'27.19''\text{E}$), je 14 041 m. Vysílací anténa je umístěna v nadmořské výšce 212 m n.m. a přijímací anténa je v nadmořské výšce 184 m n.m. Výška vysílací antény je konstantně ve výšce 16,8 m nad povrchem Země. Výška přijímací antény se bude měnit a bude upřesněna pro konkrétní měření. Všechna vybraná měření probíhala na frekvenci 6,5 GHz.

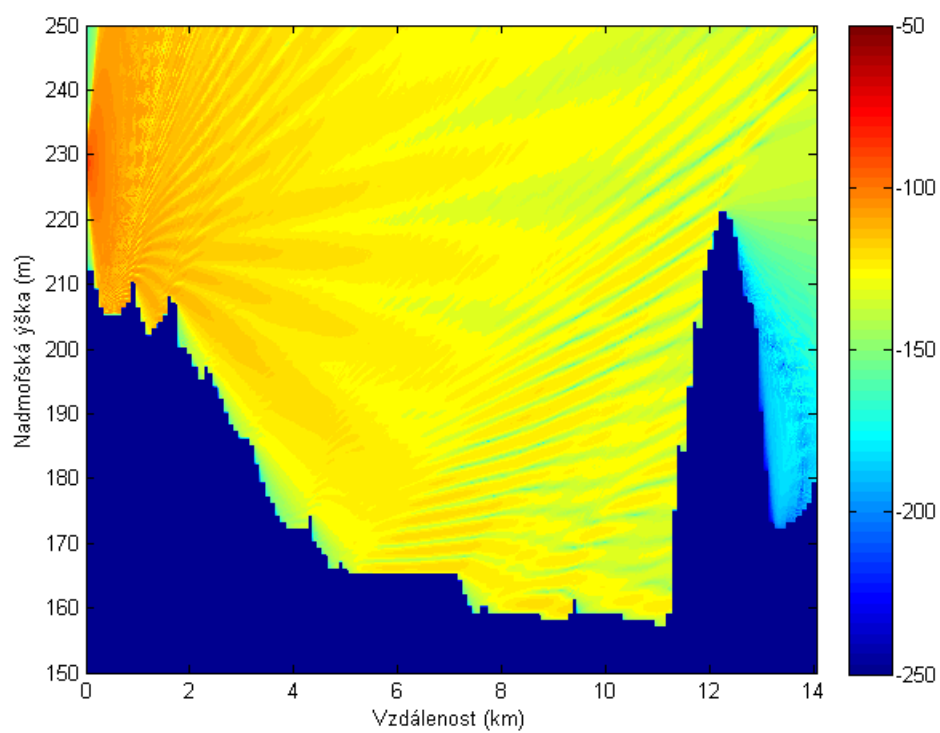
Terénní profil měřeného spoje i s aproximací elipsovitou překážkou je na obr. 4.16.



Obrázek 4.17: Rozdíl difrakčních ztrát způsobených elipsovitou a nožovou překážkou, šířka překážky je vyjádřena procentem z délky spoje, $l = 0,9$

Spoj obsahuje jednu výraznou překážku s vrcholem kolem vzdálenosti 12,25km od vysílací antény. Tvar překážky je z překážek na obr. 4.1 nejvíce podobný eliptické překážce s parametry $a = 221\text{m}$, $b = 3000\text{m}$ (viz rovnice (4.1)). To znamená, že šířka překážky w je kolem 21% délky spoje. Umístění překážky je dle výše zavedené veličiny $l = 0,87$. Chyba způsobená definicí míry zastínění ν zmíněná v kapitole 4.4 se u této překážky projeví v minimální míře.

Pomocí pro tento terén připraveného obrázku, který je ve své podstatě shodný s obr. 4.11 - 4.13, budou odhadnuty difrakční ztráty měřeného spoje. Obrázek 4.17 zobrazuje rozdíl difrakčních ztrát elipsovité a nožové překážky pro různé šířky překážky w v procentech délky spoje ve vzdálenosti $l = 0,9$ a pro širší interval míry zastínění ν .



Obrázek 4.18: Model spoje Předboj-Chloumek s terénním profilem

Teoretické ztráty, které jsou uvedeny v tabulce 4.2 a vyneseny do grafu na obr. 4.19, vznikly sečtením difrakčních ztrát na ideální nožové překážce z kapitoly 2.1 nebo doporučení ITU-R P.526 [4] a rozdílu difrakčních ztrát na elipsovité a nožové překážce, které jsou na obr. 4.17. Tato elipsa je pochopitelně aproximací terénního profilu na spoji Předboj-Chloumek z obr. 4.16.

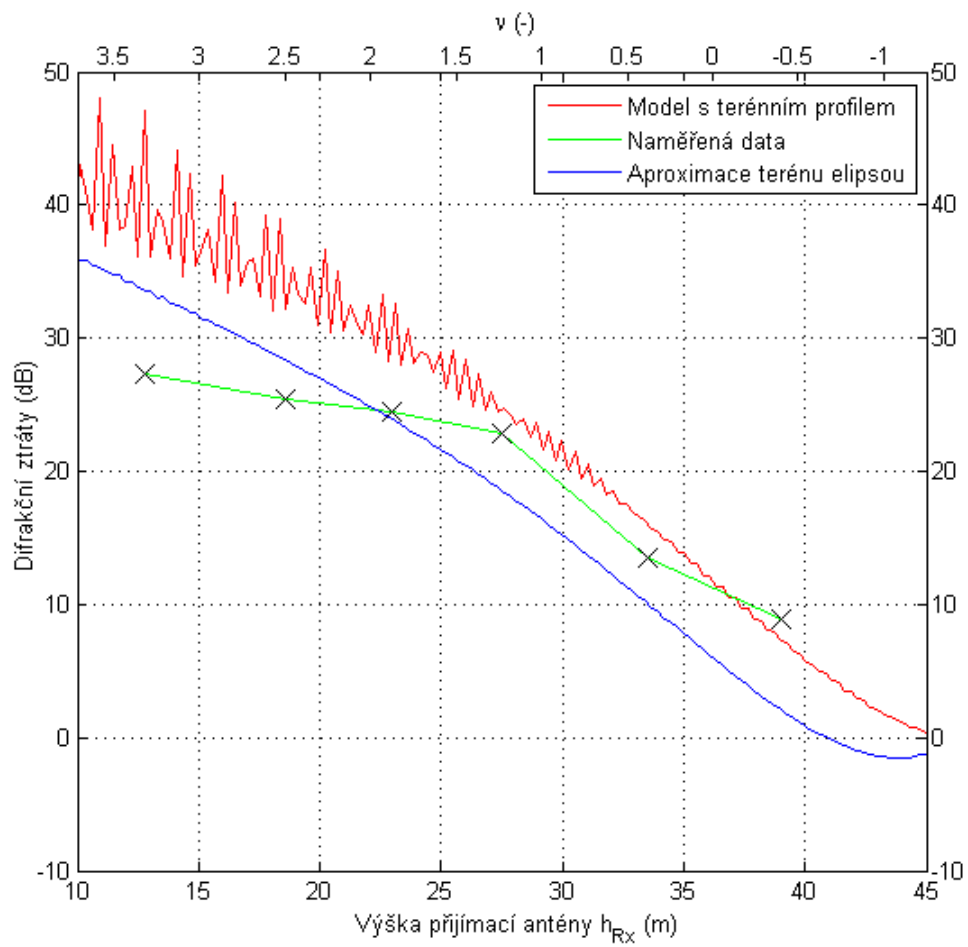
Teoretické ztráty jsou společně s výsledky měření [6], modelovými ztrátami získané simulací s implementovaným modelem terénu v prostředí Matlab, výškou přijímací antény a odpovídající mírou zastínění ν pro měřený spoj v tabulce 4.2. Kromě toho je také u každé výšky přijímací antény uvedena refraktivita atmosféry, která se projeví pouze u naměřených a modelových ztrát. U aproximace elipsovitou překážkou byl zvolen index lomu $n = 1$ pro celou modelovanou oblast.

Křivky naměřených, modelových a teoretických ztrát jsou zároveň vyneseny do grafu závislosti difrakčních ztrát na výšce přijímací antény h_{Rx} (obr. 4.19). Je zde přidána i pomocná osa x , která zobrazuje míru zastínění spoje ν . Oproti zvyklostem z předchozího textu je zde otočena orientace osy tak, aby hodnoty míry zastínění ν odpovídaly hodnotám výšky přijímací antény.

Model pro odhad difrakčních ztrát s terénním profilem spoje Předboj-Chloumek je na obr. 4.18, kde je vynesena do celé modelované oblasti intenzita elektromagnetického pole E v logaritmickém měřítku. Barevná stupnice intenzit elektrického pole v decibelech je v pravé části obrázku.

Tabulka 4.2: Porovnání teoretických, naměřených a namodelovaných ztrát

Výška přijímače (m)	$\nu(-)$	Refraktivita (N/km)	Teoretické ztráty (dB)	Naměřené ztráty (dB)	Modelové ztráty (dB)
12,8	3,34	-61	37	27,34	39
18,6	2,49	-57	31,7	25,45	34,5
23	1,87	-53	25,3	24,47	26,5
27,5	1,17	-53	19,4	22,84	23,4
33,5	0,34	-53	10,9	13,46	15,2
39	-0,48	-54	2,5	8,86	6,4



Obrázek 4.19: Výsledné křivky difrakčních ztrát pro spoj Přeboj - Chloumek

Závěr

V prostředí Matlab byl vytvořen 2D model pro simulaci šíření elektromagnetické vlny a následný odhad difrakčních ztrát. Výpočetní algoritmus je založen na parabolické rovnici a implementován metodou split-step. S modelem byla provedena řada simulací na mikrovlnných bezdrátových spojích s jednou překážkou, které měly za cíl prozkoumat vliv tvaru překážky a geometrie spoje na velikost difrakčních ztrát. Hodnoty byly porovnávány s modely pro výpočet difrakčních ztrát z doporučení ITU-R P.526.

Výsledky prezentované v kapitolách 4.1 - 4.4 ukazují nízkou závislost difrakčních ztrát na frekvenci pro míru zastínění $\nu < 1,4$ a zároveň vysokou závislost na tvaru překážky. Byly potvrzeny předpoklady, že s rostoucí délkou mikrovlnného spoje klesá vliv tvaru překážky. Zároveň bylo zjištěno, že zde nezáleží na absolutních hodnotách délky spoje, ale je dostačující znalost poměru šířky překážky ku délce spoje. Dále byly prozkoumány vlivy pozice překážky a vzájemná poloha vysílací a přijímací antény.

V závěrečné kapitole 4.5 byly srovnány hodnoty získané jak teoretickými úvahami z kapitol 4.1 - 4.4, tak simulací na modelu s implementovaným terénním profilem na spoji Předboj - Chloumek [6] a srovnány s měřením na tomto spoji, které bylo provedeno na katedře elektromagnetického pole ČVUT v Praze. Z výsledků je vidět celkem dobrá shoda výsledků simulací a naměřených hodnot pro $\nu < 1,2$. Teoretické ztráty nejsou tak přesné, což může být dáno vlivem refraktivity, která v těchto úvahách nebyla brána v potaz a index lomu zde nabývá hodnoty $n(x, z) = 1; \forall x, z$.

Model vytvořený v prostředí Matlab je funkčním základem pro odhad difrakčních ztrát při nízké míře zastínění. Model je celkem snadné rozšiřovat o další části. Zlepšení stávajícího modelu by bylo možné optimalizací kódu pro zrychlení modelování.

Pro hrubý odhad difrakčních ztrát je možno využít i úvah z kapitol 4.1 - 4.4, které však ze své podstaty nikdy nebudou tak přesné.

Literatura

- [1] Levy, M: *Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation*. London: IEE, 2000. ISBN 0 85296 764 0.

- [2] Barclay, L.W.: *Propagation of radiowaves*. London: IEE, 2003, 2nd ed. ISBN 0 85296 102 2

- [3] Pechač, P., Zvánovec, S.: *Základy šíření vln pro plánování pozemních rádiových spojů*. Praha: BEN - technická literatura, 2007. ISBN 978 80 7300 223 7

- [4] ITU-R Recommendation P.526: *Propagation by diffraction*. Geneva: ITU, 2013.

- [5] Hosseini, S.R., Shirazi, R.S., Kiaee, A, Pahlavan, P., Sorkherizi, M.S.: *UHF Propagation prediction in smooth homogenous Earth using Split-step Fourier algorithm*. PIERS Proceeding, Kuala Lumpur, March 2012, pp. 685-689.

- [6] Kořínek, T., Kvičera M., Valtr, P., Pechač, P., Grabner, M., Kvičera, V.: *Report on the interference experimental campaign - short-term experiments*. CTU in Prague, Faculty of Electrical Engineering, Praha, December 2012.

- [7] Apaydin, G., Sevgi, L.: *Groundwave Propagation at Short Ranges and Accurate Source Modeling*. IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 55, No.3, June 2013, pp. 244-262.

- [8] Hitney, H.V.: *Hybrid Ray Optics and Parabolic Equation Methods for Radar Propagation Modeling*. Naval Command, Control and Ocean Surveillance Center, USA, pp. 58-61.
- [9] Komrska, J.: *Difrakce světla*. Ústavu fyzikálního inženýrství Fakulty strojního inženýrství VUT, Brno, 2000.
- [10] Pechač, P., Valtr, P.: *Tropospheric Refraction Modeling Using Ray-Tracing and Parabolic Equation*. Radioengineering, Vol. 14, No. 4, December 2005.
- [11] Apaydin, G., Sevgi, L.: *The Split-Step Fourier and Finite Element Based Parabolic Equation Propagation Prediction Tools: Canonical Tests, Systematic Comparisons and Calibration*. IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 52, No.3, June 2010.
- [12] ITU-R Recommendation P.527: *Electrical characteristics of the surface of the Earth*. Geneva: ITU, 1992.
- [13] ITU-R Recommendation P.832: *World Atlas of Ground Conductivities*. Geneva: ITU, 2012.
- [14] Janaswamy, R.: *A Curvilinear Coordinate-Based Split-Step Parabolic Equation Method for Propagation Predictions over Terrain*. IEEE transactions on antennas and propagation, Vol. 46, No. 7, July 1998, pp. 1089-1097.
- [15] *The European Table of Frequency Allocations and Applications in the Frequency Range 8.3 kHz to 3000 GHz (ECA Table)*. Electronic Communications Committee (ECC), May 2014.
<http://www.erodocdb.dk/docs/doc98/official/pdf/ERCRep025.pdf>
- [16] Willis, M.: *Course notes*.
<http://www.mike-willis.com/Tutorial/PFL.pdf>

- [17] ITU-R Recommendation P.530: *Propagation data and prediction methods required for the design of terrestrial line-of-sight systems*. Geneva: ITU, 2013.
- [18] Deygout, J.: *Multiple Knife-Edge Diffraction of Microwaves*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 14, No. 4, July 1966, pp. 480-489.

Příloha A

Parabolická rovnice - kód

Příloha A obsahuje základní kód pro vytvoření modelu parabolické rovnice metodou split-step a společně s funkcemi z Přílohy B tvoří samostatně funkční celek, který není potřeba dále upravovat. Další doplňující funkce, které nejsou pro běh programu zásadní, ale pouze rozšiřují jeho funkčnost, jsou přiloženy na CD.

```
%% Základní definice
freq=6.5e9;                % frekvence (Hz)
theta_max=5;              % úhel šíření (deg)

c=3e8;                    % rychlost světla (m/s)
lambda=c/freq;           % vlnova delka (m)
k0=2*pi()/lambda;       % vlnove cislo ve vakuu (1/m)
Rz=6378000;             % polomer Zeme (m)

%% Definice modelované oblasti
x_max=5000;              % maximalni vzdalenost (m)
z_max=1000;             % maximalni vyska (m) - včetně tlumící
%vrstvy
p_max=k0*sind(theta_max);

delta_x=20;              % krok ve smeru osy x (m)
delta_z=pi()/p_max;     % krok ve smeru osy z (m)

K=floor(x_max/delta_x)+1; % pocet kroku ve smeru osy x (m)
L=floor(z_max/delta_z);  % pocet kroku ve smeru osy z (m)

delta_p=p_max/L;
```

```

x=linspace(0,x_max,K);           % generování osy x
z=linspace(delta_z,z_max,L);     % generování osy z
p=linspace(delta_p,p_max,L);

dN=315-53.*(z.*10^-3);          % výškový profil refraktivity (N/km)
m=(1+(dN*10^-6))+z./Rz;         % modifikovaný index lomu (-)

%% Definice zdroje
antenna_height=100;             % výška antény (m)
elevation=0;                     % elevace (rad)
beam_width=3/360*2*pi();        % šířka svazku (rad)

u=0.54*source(beam_width,elevation,k0,antenna_height,z);

%% Definice překážky
l1=x_max/2;                      % vzdálenost překážky od Tx (m)
l2=x_max-l1;                     % vzdálenost překážky od Rx (m)
obstacle_height=100;            % výška překážky (m)
width=3000;                      % šířka překážky (m)
sigma=200;                       % parametr sigma gaussovy funkce

teren = zeros(1,K);
% teren=knife_edge_obstacle(x, l1, obstacle_height, delta_z,
% delta_x);
% teren(round(l1/delta_x)+1)=round(obstacle_height/delta_z)-1;
% teren=ellipse_obstacle(x, l1, obstacle_height, width, delta_z);
% teren=triangle_obstacle(x, l1, width, obstacle_height,
% delta_z, delta_x, teren);
% teren=rectangle_obstacle(l1, width, obstacle_height, delta_z,
% delta_x, m);
% teren=gauss_obstacle(x, sigma, l1, obstacle_height, delta_z);
% teren=rectangle_gauss_obstacle(x,sigma, width, l1, obstacle_height,
% delta_x, delta_z);

%% Výpočet pole v modelované oblasti
A=exp(1i*k0*(1^2-1)*delta_x/2);   % Nezahrnuje vliv refrakce,
%(n=1) a zakřivení Země
%A=exp(1i*k0.*(m.^2-1).*delta_x/2); % Zahrnuje vliv refrakce
%(viz volba dN) a zakřivení Země
B=exp((-1i*p.^2*delta_x)/(2*k0));

```

```

ab=tlum_vrstva(L);

for i=1:K-1
    grad=teren(i+1)-teren(i);

    if grad>0
        u_temp(1:L-grad)=u(grad+1:L,i);
        u_temp(L-grad+1:L)=0;
        u(:,i+1)=A.*idst(B.*dst(u_temp(:)).');
        u(:,i+1)=ab.*u(:,i+1);

    elseif grad<0
        u_temp(abs(grad)+1:L)=u(1:L-abs(grad),i);
        u_temp(1:abs(grad))=0;
        u(:,i+1)=A.*idst(B.*dst(u_temp(:)).');
        u(:,i+1)=ab.*u(:,i+1);

    else
        u(:,i+1)=A.*idst(B.*dst(u(:,i)).');
        u(:,i+1)=ab.*u(:,i+1);
    end
end

for q=2:K
    % Doplnění terénu do výsledného modelu
    u(:,q)=circshift(u(:,q),teren(q));
    u(1:teren(q),q)=0;

    % Korekce výpočtu z válcové vlny na kulovou
    val2kul=1./sqrt(sqrt(x(q)^2+(z-antenna_height).^2)).';
    u(:,q)=val2kul.*u(:,q);
end

u=(lambda/(4*pi()))*u+1e-20;

```

Příloha B

Doplňující funkce

Vytvoření zdroje s vyzařovací charakteristikou ve tvaru Gaussovy funkce

```
function y = source(beam_width,elevation,k0,antenna_height,z)
% Všechny proměnné mají stejný význam jako v hlavním kódu

    y=(exp(-1i*k0*elevation*z).*exp(-(beam_width^2/(8*log10(2))))
*k0^2*(z-antenna_height).^2)).';

end
```

Výpočet intenzity elektromagnetického pole dvoupráskovou metodou

```
function e = two_ray_method(h1, h2, d, lambda)

    ro=-1;                % koeficient odrazu (-)
    k0=2*pi()/lambda;    % vlnové číslo (1/m)

% Význam veličin h, s1 a s2 je patrný z obr. 2.2.
% h1 je výšky vysílací antény a h2 výška přijímací antény
    s1=sqrt(d^2+(h1-h2).^2);
    s2=sqrt(d^2+(h1+h2).^2);

    e=exp(-1i*k0*s1)./s1+ro*exp(-1i*k0*s2)./s2;
    e=(lambda/(4*pi()))*e+1e-20;

end
```


Výpočet difrakčních ztrát na nožové překážce podle doporučení ITU-R P.526 pomocí Fresnelova integrálu

```
function knife = ITU526(antenna_height, obstacle_height, z, l1, l2,
lambda)
% Vstupní parametry mají stejný význam jako v hlavním kódu

% Význam veličin d1, d2 a h je patrný z obr. 1.2
d1=sqrt((antenna_height-obstacle_height)^2+l1^2);
d2=sqrt((z-obstacle_height).^2+l2^2);
h1=antenna_height+(z-antenna_height).*l1/(l1+l2);
h=obstacle_height-h1;

v=h.*sqrt(2./lambda.*(1./d1+1./d2)); % míra zastínění

% Výpočet difrakčních ztrát pomocí Fresnelova integrálu
for i=1:length(v)
    C=integral(@(s) cos(pi()*s.^2./2),0,v(i));
    S=integral(@(s) sin(pi()*s.^2./2),0,v(i));
    diff_loss(i)=20*log10(sqrt((1-C-S)^2+(C-S)^2)/2);
end

FSL=20*log10(4*pi()*(l1+l2)/lambda); % Ztráty volným prostorem
knife=diff_loss-FSL;

end
```

Generování tlumící vrstvy

```
function tlum = tlum_vrstva(delka)
% vstupní parametr délka určuje délku vektoru, která by měla být
% rovna délce výškového vektoru z

w=hann(2*(delka-floor(delka/4)));
tlum=[ones(floor(delka/4),1); w(length(w)/2+1:length(w))];

end
```